

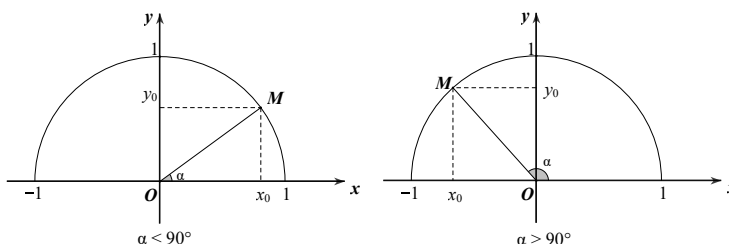
BUỔI LIVE SỐ 04 – TOÁN 10

CÁC BÀI TOÁN NỀN TẢNG VỀ GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC

I. HỆ THỐNG KIẾN THỨC TRỌNG TÂM

1. Giá trị lượng giác của một góc

- Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , nửa đường tròn tâm O , bán kính $R=1$ nằm phía trên trục hoành được gọi là **nửa đường tròn đơn vị**.
- Với góc α ($0^\circ \leq \alpha \leq 180^\circ$), ta xác định duy nhất một điểm $M(x_0; y_0)$ trên nửa đường tròn đơn vị nói trên để $\angle xOM = \alpha$.



Khi đó: $\sin \alpha = y_0$; $\cos \alpha = x_0$, $\tan \alpha = \frac{y_0}{x_0}$ ($\alpha \neq 90^\circ$), $\cot \alpha = \frac{x_0}{y_0}$ ($\alpha \neq 0^\circ; \alpha \neq 180^\circ$)

$\Rightarrow$ Các số $\sin \alpha$, $\cos \alpha$, $\tan \alpha$, $\cot \alpha$ được gọi là các **giá trị lượng giác của góc α**

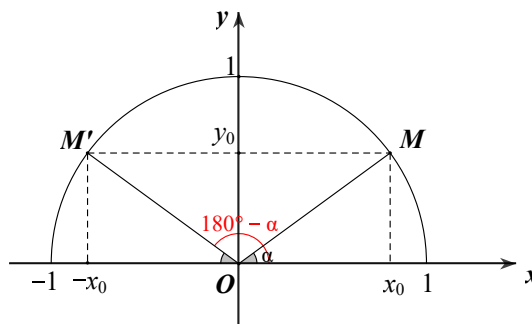
Từ định nghĩa trên ta có:

$$\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^\circ); \cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\alpha \neq 0^\circ; \alpha \neq 180^\circ); \tan \alpha = \frac{1}{\cot \alpha} (\alpha \notin \{0^\circ; 90^\circ; 180^\circ\})$$

2. Quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau, phụ nhau

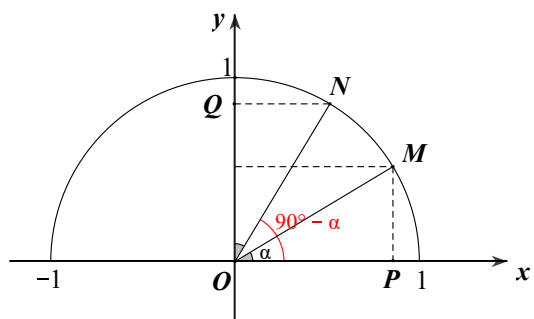
Đối với hai góc bù nhau α và $180^\circ - \alpha$, ta có:

- $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha$ ($\alpha \neq 90^\circ$)
- $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha$ ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$)



Đối với hai góc phụ nhau α và $90^\circ - \alpha$, ta có:

- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
- $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$



3. Giá trị lượng giác của một số góc đặc biệt

α GTLG	0°	30°	45°	60°	90°	120°	135°	150°	180°
$\sin \alpha$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
$\cos \alpha$	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	-1
$\tan \alpha$	0	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	1	$\sqrt{3}$	$\parallel$	$-\sqrt{3}$	-1	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	0
$\cot \alpha$	$\parallel$	$\sqrt{3}$	1	$\frac{1}{\sqrt{3}}$	0	$-\frac{1}{\sqrt{3}}$	-1	$-\sqrt{3}$	$\parallel$

II. PHƯƠNG PHÁP XỬ LÝ CÁC BÀI TOÁN VỀ GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CỦA MỘT GÓC

DẠNG 1

CHO BIẾT MỘT GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC, TÌM CÁC GIÁ TRỊ LƯỢNG GIÁC CÒN LẠI

Phương pháp giải:

B1: Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản để tìm các giá trị lượng giác còn lại

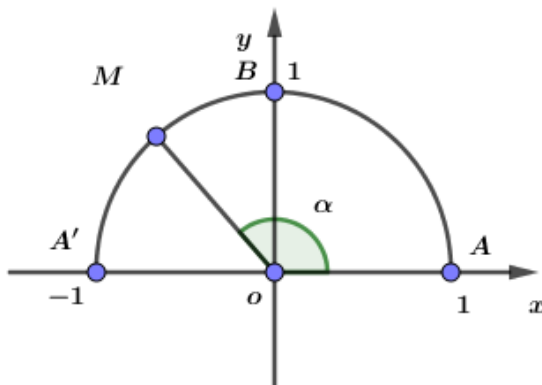
Một số hệ thức lượng giác cơ bản cần nhớ

- $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} (\alpha \neq 90^\circ)$
- $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} (\alpha \neq 0^\circ; \alpha \neq 180^\circ)$
- $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$
- $\tan \alpha \cdot \cot \alpha = 1 (\alpha \neq 0^\circ; 90^\circ; 180^\circ)$
- $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} (\alpha \neq 90^\circ)$
- $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha} (\alpha \neq 90^\circ; 180^\circ)$

B2: Xét dấu các giá trị lượng giác dựa vào nửa đường tròn lượng giác

Giá trị lượng giác của góc α	$0^\circ < \alpha < 90^\circ$	$90^\circ < \alpha < 180^\circ$
$\sin \alpha$	+	+
$\cos \alpha$	+	-
$\tan \alpha$	+	-
$\cot \alpha$	+	-

Câu 1. Trên nửa đường tròn đơn vị cho điểm M sao cho $\angle xOM = \alpha$ như hình vẽ.



Khẳng định nào sau đây là đúng?

- A. $\cos \alpha > 0$. B. $\cos \alpha < 0$. C. $\cos \alpha = 0$. D. $\cos \alpha = -1$.

Hướng dẫn

.....

.....

.....

.....

Câu 2. Cho $\sin \alpha = \frac{3}{5}$, $(90^\circ < \alpha < 180^\circ)$. Giá trị của biểu thức $P = \cot(180^\circ - \alpha)$ bằng bao nhiêu?

- A. $P = \frac{3}{4}$. B. $P = -\frac{3}{4}$. C. $P = -\frac{4}{3}$. D. $P = \frac{4}{3}$.

Hướng dẫn

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Đáp án:

Hướng dẫn

HOCMAI Top class

DẠNG 2

RÚT GỌN, TÍNH GIÁ TRỊ CỦA BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC. CHỨNG MINH BIỂU THỨC LƯỢNG GIÁC

Phương pháp giải:

- Sử dụng mối quan hệ giữa các giá trị lượng giác của hai góc bù nhau, phụ nhau

Đối với hai góc bù nhau α và $180^\circ - \alpha$, ta có:

- $\sin(180^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\cos(180^\circ - \alpha) = -\cos \alpha$
- $\tan(180^\circ - \alpha) = -\tan \alpha (\alpha \neq 90^\circ)$
- $\cot(180^\circ - \alpha) = -\cot \alpha (0^\circ < \alpha < 180^\circ)$

Đối với hai góc phụ nhau α và $90^\circ - \alpha$, ta có:

- $\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$
- $\cos(90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$
- $\tan(90^\circ - \alpha) = \cot \alpha$
- $\cot(90^\circ - \alpha) = \tan \alpha$

- Sử dụng các hệ thức lượng giác cơ bản để biến đổi từ đó tính giá trị, rút gọn biểu thức

Ngoài ra, để chứng minh đẳng thức ta cần:

- Xuất phát từ một vế của đẳng thức cần chứng minh, áp dụng các hệ thức cơ bản một cách hợp lý để biến đổi biểu thức thành vế còn lại.
- Tùy vào bài toán cụ thể đôi khi ta có thể sử dụng phương pháp biến đổi tương đương hai vế hoặc chứng minh hai vế của đẳng thức cùng bằng một biểu thức trung gian.

Câu 4. Giá trị của biểu thức $A = \sin^2 5^\circ + \sin^2 10^\circ + \sin^2 15^\circ + \dots \sin^2 80^\circ + \sin^2 85^\circ$ bằng

A. $-\frac{1}{2}$.

B. $\frac{1}{2}$.

C. $\frac{17}{2}$.

D. 4.

Hướng dẫn

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 5. Cho góc α ($0^\circ < \alpha < 180^\circ$) thỏa mãn $\cos \alpha = -\frac{2}{3}$. Giá trị của biểu thức $Q = \frac{\cot \alpha - 3 \tan \alpha}{2 \cot \alpha - \tan \alpha}$ bằng bao nhiêu?

Đáp án:

Hướng dẫn

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 6. Rút gọn các biểu thức $B = \frac{\cot^2 x - \cos^2 x}{\cot^2 x} + \frac{\sin x \cdot \cos x}{\cot x}$ ta được kết quả là

A. 1.

B. $1 + 2 \sin^2 x$.

C. $1 - 2 \sin^2 x$.

D. 2.

Hướng dẫn

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Câu 7. Chứng minh các đẳng thức sau:

a) $C = \sin x \cdot \cos x (1 + \tan x)(1 + \cot x) = 1 + 2 \sin x \cdot \cos x$ b) $D = 1 - (\sin^6 x + \cos^6 x) = 3 \sin^2 x \cdot \cos^2 x$

Hướng dẫn

HOCMAI Top class

DẠNG 3 NHẬN DẠNG TAM GIÁC**Phương pháp giải:**

- Biến đổi đẳng thức dẫn đến $\sin A = 1$ hoặc $\cos A = 0$ thì $A = 90^\circ$.
- Nếu $\sin(A - B) = 0$ hoặc $\cos(A - B) = 1$ thì $A = B$, suy ra tam giác cân.
- Tam giác cân mà có một góc bằng 60° là tam giác đều.
- Một số lưu ý khi giả thiết cho A, B, C là ba góc của một tam giác.
 - $A + B + C = 180^\circ \Rightarrow (A + B)$ và C bù nhau, tương tự $(B + C)$ và A , ...
 - $\frac{A}{2} + \frac{B}{2} + \frac{C}{2} = 90^\circ \Rightarrow \left(\frac{A}{2} + \frac{B}{2}\right)$ và $\frac{C}{2}$ phụ nhau, tương tự $\left(\frac{B}{2} + \frac{C}{2}\right)$ và $\frac{A}{2}$, ...
 - Các góc A, B, C đều có số đo trong khoảng $(0^\circ; 180^\circ)$.
 - Các góc $\frac{A}{2}, \frac{B}{2}, \frac{C}{2}$ đều là góc nhọn nên có các giá trị lượng giác đều dương.

Câu 8. Cho tam giác ABC thỏa mãn: $2\sin A = \sin(B+C)+1$. Tam giác ABC là

A. Tam giác cân.

B. Tam giác đều.

C. Tam giác vuông.

D. Tam giác vuông cân.

Hướng dẫn

Câu 9. Cho A, B, C là ba góc trong tam giác ABC . Giá trị của biểu thức

$P = \sin A \cdot \cos(B+C) + \cos A \cdot \sin(B+C)$ là

A. $P = 0$.

B. $P = 1$.

C. $P = -1$.

D. $P = 2$.

Hướng dẫn

D. Tam giác ABC đều.

Hướng dẫn

HOCMAI Top class

** Dặn dò**

Học sinh hoàn thành các Nhiệm vụ học tập sau:

1. Bài tập tự luyện: <https://hocmai.vn/de-thi-truc-tuyen/97870/cac-bai-toan-nen-tang-ve-gia-tri-luong-giac-cua-mot-goc.html>

2. Chuẩn bị trước các nội dung kiến thức để buổi học tiếp theo diễn ra hiệu quả

- Học sinh cần trang bị các kiến thức về định lí cosin, định lí sin trong tam giác
- Học sinh cần trang bị kĩ năng sử dụng máy tính để tính giá trị lượng giác của một góc và tính góc khi biết giá trị lượng giác.
- Học sinh tổng hợp kiến thức bằng cách vẽ sơ đồ tư duy hoặc sử dụng bảng biểu để tóm tắt nội dung bài học.

Nguồn:  **Hocmai.vn**

HOCMAI Top class