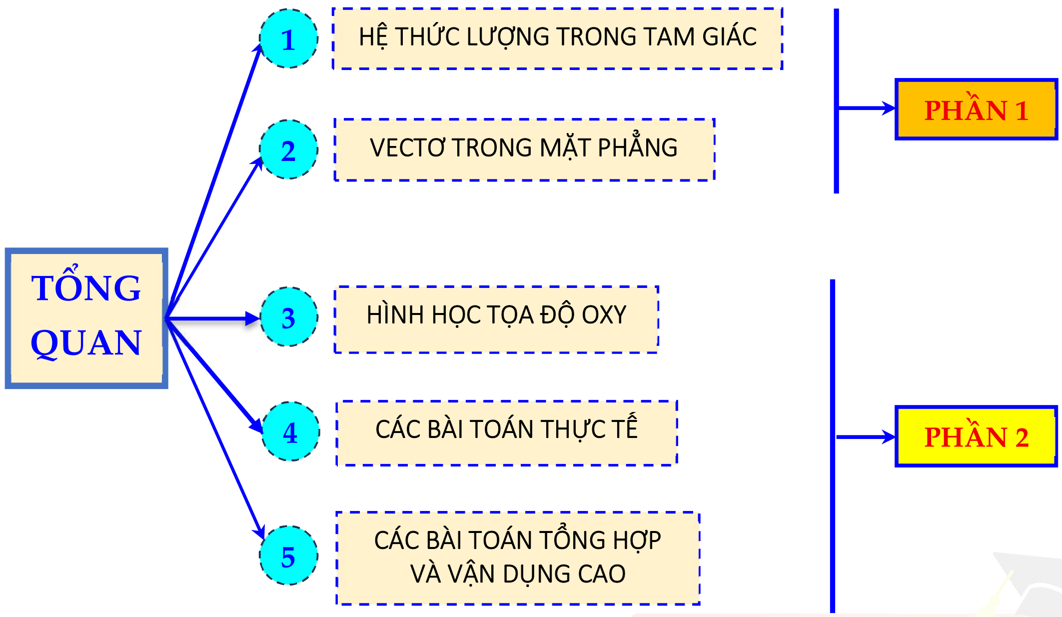
BUỔI LIVE SỐ 01 – TỔNG ÔN TOÁN

ÔN TẬP CHỦ ĐỀ HÌNH HỌC PHẲNG (P1)

A. TỔNG QUAN NỘI DUNG BUỔI HỌC



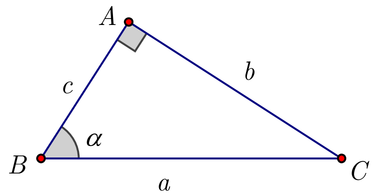
B. TỔNG HỢP KIẾN THỨC VÀ CÁC DẠNG TOÁN

DẠNG 1: HỆ THỨC LƯỢNG TRONG TAM GIÁC

Hệ thức lượng

TRONG TAM GIÁC VUÔNG

Tỉ số lượng giác của góc nhọn

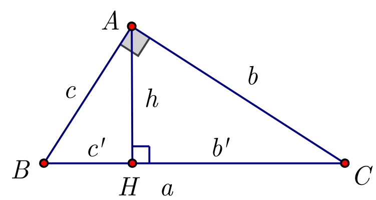


$$\sin\alpha = \frac{b}{a};\ \cos\alpha = \frac{c}{a};\ \tan\alpha = \frac{b}{c};\ \cot\alpha = \frac{c}{b}$$

Pithagore

$$b^2 + c^2 = a^2$$

Mối quan hệ đường cao hình chiếu cạnh góc vuông



$$\begin{cases} b^2 = ab' \\ c^2 = ac' \end{cases}$$

$$h^2 = b'c'$$

$$ha = bc$$

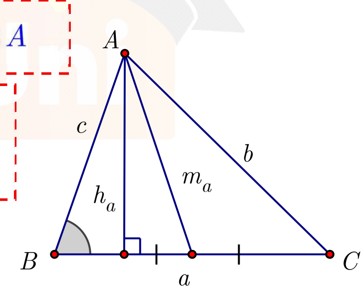
$$\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$$

TRONG TAM GIÁC BẤT KÌ

Định lý cosin

Tính cạnh: $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos A$

Tính góc: $\cos A = \dfrac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}$



Công thức trung tuyến

$$m_a^2 = \frac{b^2 + c^2}{2} - \frac{a^2}{4}$$

Công thức tính diện tích tam giác

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}h_a.a = \frac{1}{2}ac\sin B = \frac{abc}{4R} = pr = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

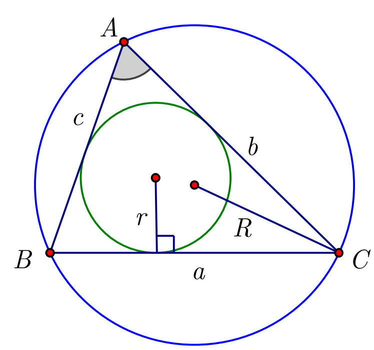
Định lý sin

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

Bán kính đường tròn

ngoại tiếp: $R = \dfrac{a}{2\sin A} = \dfrac{abc}{4S}$

nội tiếp: $r = \dfrac{S}{p}$ với $p = \dfrac{a+b+c}{2}$



BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1. Cho tam giác ABC có chu vi bằng $\dfrac{3\left(2+\sqrt{2}+\sqrt{6}\right)}{2}$ và góc A, B lần lượt bằng $60°, 45°$. Xét tính đúng sai của các mệnh đề sau:

STT	Mệnh đề	Đúng	Sai
1	$BC = 3$.		
2	$S_{ABC} = \dfrac{9+3\sqrt{3}}{4}$.		
3	Bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC bằng $\sqrt{3}$.		

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Bài 2. Cho tam giác ABC nhọn, BE và CF là các đường cao ($E \in AC, F \in AB$), $S_{ABC} = \frac{4}{3} S_{AEF}$ và $EF = 3$. Biết bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC có dạng $a\sqrt{b}$ với a, b là các số nguyên tố. Tính $a + b$.

Đáp án:

Bài 3. Cho góc $\widehat{xOy} = 30^\circ$. Gọi M và N là hai điểm di động lần lượt trên Ox và Oy sao cho $MN = 3$. Độ dài lớn nhất của đoạn ON là _______.

Bài 4. Cho đường tròn tâm O bán kính $R = 3(cm)$ và điểm M thỏa mãn $MO = 3R$. Xét đường kính AB với $A; B$ thay đổi trên đường tròn. Tính giá trị nhỏ nhất của biểu thức $MA + MB$.

Đáp án: $\boxed{}$

Bài 5. Cho tam giác ABC có độ dài ba cạnh là $BC = a, CA = b, AB = c$; góc $A = 60^\circ$ và $\dfrac{a+b}{a+c} = 2\cos B - 1$. Khi đó góc B bằng ________ độ.

DẠNG 2: VECTƠ TRONG MẶT PHẲNG VÀ CÁC BÀI TOÁN VỀ TỈ SỐ

CÁC KHÁI NIỆM

Các khái Niệm về vecto

1. **Vectơ**: là một đoạn thẳng có hướng. Kí hiệu: $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{CD}, \vec{a}, \vec{x}...$

   $A \xrightarrow{\vec{a}} B$

2. **Giá của một vectơ**: là đường thẳng đi qua điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

   $A \xrightarrow{\vec{a}} B$ trên đường thẳng d

3. **2 vectơ cùng phương**: là hai vectơ có giá song song hoặc trùng nhau.
   - Cùng hướng: $\xrightarrow{\vec{a}}$ $\xrightarrow{\vec{b}}$
   - Ngược hướng: $\xrightarrow{\vec{a}}$ $\xleftarrow{\vec{b}}$

   A, B, C thẳng hàng $\Leftrightarrow \overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$ cùng phương.

4. **Độ dài vectơ**: là khoảng cách giữa điểm đầu và điểm cuối của vectơ đó.

   Kí hiệu: $\left|\overrightarrow{AB}\right| = AB = \left|\vec{a}\right|$. $A \xrightarrow{\vec{a}} B$

5. **Bằng nhau**: $\vec{a} = \vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \\ \vec{a}, \vec{b} \text{ cùng chiều} \end{cases}$ $\xrightarrow{\vec{a}}$ $\xrightarrow{\vec{b}}$

6. **Đối nhau**: $\vec{a} = -\vec{b} \Leftrightarrow \begin{cases} \left|\vec{a}\right| = \left|\vec{b}\right| \\ \vec{a}, \vec{b} \text{ ngược chiều} \end{cases}$ $\xrightarrow{\vec{a}}$ $\xleftarrow{\vec{b}}$

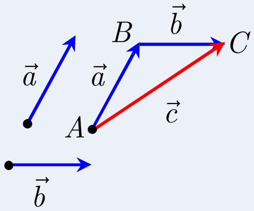
7. **Vectơ không**: $\overrightarrow{AA} = \overrightarrow{BB} = \vec{0}$: cùng phương (cùng hướng, ngược hướng) với mọi vectơ.

CÁC PHÉP TOÁN

Các phép toán

Tổng của hai vectơ

Cho hai vectơ $\vec{a}$ và $\vec{b}$, khi đó $\vec{a}+\vec{b}=\vec{c}$ được xác định như sau:



- Lấy điểm A tùy ý và dựng $\overrightarrow{AB}=\vec{a}, \overrightarrow{BC}=\vec{b}$.
- Khi đó: $\vec{a}+\vec{b}=\overrightarrow{AC}=\vec{c}$.

Tính chất

- $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$
- $\left(\vec{a}+\vec{b}\right)+\vec{c}=\vec{a}+\left(\vec{b}+\vec{c}\right)$
- $\vec{a}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{a}=\vec{a}$

Quy tắc

- **ba điểm**: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$
- **hình bình hành**: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{AC}$

  ($ABCD$ là hình bình hành)

Hiệu của hai vectơ

- $-\vec{b}$ là vec tơ đối của vec tơ $\vec{b}$ và $-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BA}$.
- $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$, suy ra quy tắc trừ: $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$.

Tích một số với một vectơ

Định nghĩa

Với $k\neq 0, \vec{a}\neq\vec{0}$: $k.\vec{a}=\vec{b}$.

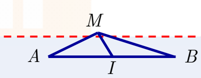
- $k>0$: $\vec{a},\vec{b}$ cùng hướng và $k<0$: $\vec{a},\vec{b}$ ngược hướng.
- $\left|\vec{b}\right|=|k|.\left|\vec{a}\right|$.

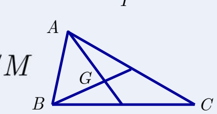
Quy ước

- $0.\vec{a}=\vec{0}$; • $k.\vec{0}=\vec{0}$

Tính chất

- **Trung điểm**: $\begin{cases}\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}\\ \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}=2\overrightarrow{MI},\ \forall M\end{cases}$
- **Trọng tâm**: $\begin{cases}\overrightarrow{GA}+\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}\\ \overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}=3\overrightarrow{MG}, \forall M\end{cases}$





Tích vô hướng của hai vectơ

$\vec{a}.\vec{b}=\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|.\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)$

- $\vec{a}=\vec{b}\Rightarrow \vec{a}^2=\left|\vec{a}\right|^2$
- $\cos\left(\vec{a},\vec{b}\right)=\dfrac{\vec{a}.\vec{b}}{\left|\vec{a}\right|.\left|\vec{b}\right|}$
- $\vec{a}.\vec{b}=0\Leftrightarrow \vec{a}\perp\vec{b}$

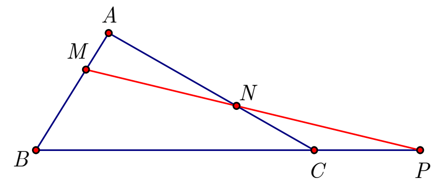
Tính chất

- $\vec{a}.\vec{b}=\vec{b}.\vec{a}$
- $\vec{a}.(\vec{b}+\vec{c})=\vec{a}.\vec{b}+\vec{a}.\vec{c}$
- $(k\vec{a}).\vec{b}=k(\vec{a}.\vec{b})=\vec{a}.(k\vec{b})$
- $\vec{a}^2\geq 0$; $\vec{a}^2=0\Leftrightarrow \vec{a}=\vec{0}$

CHÚ Ý:

✓ *Trong một số bài toán, ta có thể sử dụng định lý Menelaus.*
Cụ thể: Một đường thẳng cắt lần lượt các cạnh AB, AC *và đường kéo dài* BC *lần lượt tại* M, N *và* P *thì:*

$$\frac{MA}{MB}.\frac{PB}{PC}.\frac{NC}{NA}=1.$$



BÀI TẬP ÁP DỤNG

Bài 1. Cho tam giác ABC. Gọi D là điểm xác định bởi hệ thức $5\overrightarrow{BD}=2\overrightarrow{BC}$ và I là trung điểm của AD. Gọi M là điểm thỏa mãn $\overrightarrow{AM}=m\overrightarrow{AC}$ với m là số thực. Tìm giá trị của m để ba điểm B, I, M thẳng hàng.

A. $m=\frac{5}{7}$. **B.** $m=\frac{3}{7}$. **C.** $m=\frac{4}{7}$. **D.** $m=\frac{2}{7}$.

Bài 2. Cho tam giác ABC có G là trọng tâm. Gọi H là chân đường cao hạ từ A sao cho $\overrightarrow{BH}=\frac{1}{3}\overrightarrow{HC}$. Điểm M di động trên BC sao cho $\overrightarrow{BM}=x.\overrightarrow{BC}$. Độ dài vectơ $\left|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{GC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất khi $x=\frac{a}{b}$ với a,b là các số nguyên dương và $\frac{a}{b}$ là phân số tối giản. Tổng $a+b$ bằng bao nhiêu?

Đáp án: $\boxed{}$

Bài 3. Cho tam giác ABC, biết $AB=3, BC=4, CA=5$. Điểm M thay đổi thuộc đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC. Giá trị nhỏ nhất của biểu thức $T=MB^2+MC^2-MA^2$ bằng _______(kết quả làm tròn đến hàng phần trăm)

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

Bài 4. Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho tam giác ABC với $A\left(1;2\right)$, $B\left(3;1\right)$ và $C\left(5;4\right)$. Độ dài đường phân giác trong AD với $D \in BC$ là

A. $AD = \frac{3}{17}$. **B.** $AD = \frac{17}{3}$. **C.** $AD = \frac{3}{8}$. **D.** $AD = \frac{8}{3}$.

Bài 5. Trong mặt phẳng Oxy, cho 3 điểm $A\left(1;2\right), B\left(2;-4\right), C\left(1;1\right)$. Gọi $M\left(a;b\right)$ là điểm thuộc cạnh BC sao cho $\left|\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right|$ đạt giá trị nhỏ nhất. Tính $a - 2b$ (*làm tròn đến hàng phần trăm*).

Đáp án: $\boxed{}$

Bài 6. Cho hình thang $ABCD$ có đáy AB và CD; $CD = 3AB$. Gọi M, N lần lượt là các điểm thuộc cạnh AD và BC sao cho $AM = 3MD$, $CN = 2NB$.

Kéo ô vuông thích hợp thả vào vị trí tương ứng trong các câu sau:

Gọi P là giao điểm của AC và MN, khi đó $\dfrac{PM}{PN}$ bằng ______ và gọi Q là giao điểm của BD và MN, khi đó $\dfrac{PQ}{MN}$ bằng ______.

$\dfrac{27}{35}$ $\quad$ $\dfrac{4}{7}$ $\quad$ $\dfrac{1}{5}$ $\quad$ $\dfrac{27}{8}$ $\quad$ $\dfrac{7}{10}$

Bài 7. Cho tam giác ABC. Trên cạnh AB lấy điểm M sao cho $2BA = 5BM$. Gọi G là trọng tâm tam giác ABC. Gọi N là điểm trên cạnh AC sao cho $AN = xAC$. Với $x = \frac{p}{q}$ (p, q là các số nguyên dương và $\frac{p}{q}$ là phân số tối giản) thì ba điểm M, N, G thẳng hàng. Giá trị của $p + q$ bằng _______.

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....

....