

GỢI Ý ĐÁP ÁN

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [MAP] Chọn A. ĐKXD: $3x \neq k\pi \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 2: [MAP] Chọn C.

Câu 3: [MAP] Chọn A.

Ta có $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right) \in \left(-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(-\frac{\pi}{3}; \frac{\pi}{4}\right)$.

Câu 4: [MAP] Chọn D.

Câu 5: [MAP] Chọn A.

Câu 6: [MAP] Chọn B. Phương trình tương đương $x + \frac{\pi}{6} = k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 7: [MAP] Chọn D.

Phương trình tương đương: $\cos 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} = \cos \frac{\pi}{6} \Leftrightarrow 2x = \pm \frac{\pi}{6} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 8: [MAP] Chọn D.

$$\cos x - \sqrt{3} \sin x = 1 \Leftrightarrow \cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{3} = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x + \frac{\pi}{3} = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k2\pi \\ x = -\frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 9: [MAP] Chọn C.

Điều kiện có nghiệm của phương trình là $2^2 + m^2 \geq 29 \Leftrightarrow m^2 \geq 25 \Leftrightarrow \begin{cases} m \geq 5 \\ m \leq -5 \end{cases}$

Câu 10: [MAP] Chọn A.

Phương trình tương đương $\cos 3x = \frac{1}{2} \Leftrightarrow 3x = \pm \frac{\pi}{3} + k2\pi \Leftrightarrow x = \pm \frac{\pi}{9} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$

Câu 11: [MAP] Chọn B. PT tương đương $2x = \frac{\pi}{6} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 12: [MAP] Chọn C. PT $\Leftrightarrow \sin x (\sin x + 2) = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 13: [MAP] Chọn A. Tổng số quyển sách là 19. Số cách chọn 1 quyển sách để đọc là 19 cách.

Câu 14: [MAP] Chọn B.

Để đi từ nhà bạn A đến nhà bạn D ta có những cách đi như sau:

TH1: Đi từ nhà bạn A tới nhà bạn B rồi tới nhà bạn D có $7.6=42$ con đường.

TH2: Đi từ nhà bạn A tới nhà bạn C rồi tới nhà bạn D có $4.9=36$ con đường.

Vậy có tất cả $42+36=78$ con đường.

Câu 15: [MAP] Chọn D.

Có 5 cách chọn chữ số thứ nhất, 5 cách chọn chữ số thứ 2, 4 cách chọn chữ số thứ 3, 3 cách chọn chữ số thứ 4 và 2 cách chọn chữ số thứ 5.

Vậy có tất cả $5.5.4.3.2=600$ số.

Câu 16: [MAP] Chọn B.

Chọn 1 trong 12 người bố có 12 cách chọn.

Chọn 1 người con sao cho hai người được chọn không phải bố con có 11 cách chọn.

Vậy số các chọn là $12.11=132$ cách chọn.

Câu 17: [MAP] Chọn C.

Phương trình tương đương

$$\cos^2 x - 2\cos x - 3 = 0 \Leftrightarrow (\cos x + 1)(\cos x - 3) = 0 \Leftrightarrow \cos x = -1 \Leftrightarrow x = \pi + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Câu 18: [MAP] Chọn B.

Chọn 1 điểm trên đường thẳng m và chọn 2 điểm trên đường thẳng n có $6.C_9^2$ cách chọn.

Chọn 1 điểm trên đường thẳng n và chọn 2 điểm trên đường thẳng m có $9.C_6^2$ cách chọn

Vậy có tất cả $9.C_6^2 + 6.C_9^2 = 351$ cách chọn.

Câu 19: [MAP] Chọn A.

Sắp xếp 20 người vào một dãy bàn sao cho mỗi bàn có duy nhất một người có số cách xếp là $20!$.

Câu 20: [MAP] Chọn C. Với khai triển $(a+b)^n$ có $n+1$ số hạng.

Câu 21: [MAP] Chọn B.

Câu 22: [MAP] Chọn C.

Câu 23: [MAP] Chọn C.

Câu 24: [MAP] Chọn C.

Câu 25: [MAP] Chọn B

Phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và giữ nguyên thứ tự.

Câu 26: [MAP] Chọn A.

Câu 27: [MAP] Chọn D.

Câu 28: [MAP] Chọn A.

Chọn một học sinh khối 12 đi dự hội trại có hai trường hợp:

TH1: chọn một học sinh nam có 100 cách chọn.

TH2: chọn một học sinh nữ có 150 cách chọn.

Vậy có tất cả $100+150=250$ cách chọn.

Câu 29: [MAP] Chọn D. Ta có $3x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{12} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 30: [MAP] Chọn D. Phép vị tự tỉ số $k = \pm 1$ không phải phép dời hình.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Bài 1: Giải phương trình: $\sin^3 x + \sin 2x(\sin x + \cos x) + 3\cos^3 x = \cos x$.

Lời Giải

Phương trình đề bài tương đương

$$\sin^3 x + 2\sin x \cos x(\sin x + \cos x) + 3\cos^3 x = \cos x(\sin^2 x + \cos^2 x)$$

$$\Leftrightarrow \sin^3 x + \sin^2 x \cos x + 2\sin x \cos^2 x + 2\cos^3 x = 0$$

Xét $\cos x = 0 \Rightarrow \sin x = \pm 1$ không thỏa mãn phương trình đề bài

Xét $\cos x \neq 0$, chia hai vế của phương trình cho $\cos^3 x$ ta được

$$\tan^3 x + \tan^2 x + 2\tan x + 2 = 0$$

$$\Leftrightarrow (\tan x + 1)(\tan^2 x + 2) = 0$$

Vì $\tan^2 x + 2 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R}$ nên $\tan x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Vậy phương trình có họ nghiệm là $x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Bài 2: Trong đợt thi cuối kì, thầy giáo chọn trong tập đề cương gồm 10 câu Đại số và 7 câu Hình học ra 5 câu để tạo đề thi cho học sinh sao cho phải đủ hai dạng. Tính xác suất để thầy giáo chọn được một đề có số câu Đại số nhiều hơn số câu Hình học.

Lời Giải

Chọn 5 câu trong 17 câu ta có $n(\Omega) = C_{17}^5$;

Gọi A là biến cố thầy giáo chọn được đề có số câu Đại số nhiều hơn Hình học.

Ta xét các trường hợp sau

TH1: Có 3 câu Đại số và 2 câu Hình học

Khi đó ta có số cách chọn là $C_{10}^3 \cdot C_7^2$;

TH2: Có 4 câu Đại số và 1 câu Hình học

Khi đó ta có số cách chọn là $C_{10}^4 \cdot C_7^1$;

$$\text{Vậy ta suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3 \cdot C_7^2 + C_{10}^4 \cdot C_7^1}{C_{17}^5} = \frac{285}{442}.$$

Bài 3: Cho $x > 0$ và n là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $C_{n+4}^{n+2} - C_{n+2}^n = 2n + 5$. Tìm số hạng chứa x^{15} trong khai triển $\left(\frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^7}\right)^n$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} C_{n+4}^{n+2} - C_{n+2}^n &= 2n + 5 \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{2!(n+2)!} - \frac{(n+2)!}{2!n!} = 2n + 5 \\ &\Leftrightarrow (n+4)(n+3) - (n+2)(n+1) = 4n + 10 \\ &\Leftrightarrow n = 12 \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức $\left(\frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^7}\right)^{12}$ là $C_{12}^k \left(\frac{2}{x^2}\right)^{12-k} x^{\frac{7k}{3}} = C_{12}^k 2^{12-k} x^{\frac{13k}{3}-24}$

Số hạng chứa x^{15} tương ứng $\frac{13k}{3} - 24 = 15 \Leftrightarrow k = 9$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{15} là $C_{12}^9 2^{12-9} = 1760$.

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2; 4)$.

Lời Giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

Gọi I' là tâm của (C'), theo đề bài ta có $\begin{cases} x_{I'} = -2 + 2 = 0 \\ y_{I'} = 3 + 4 = 7 \end{cases}$.

Ta có bán kính của (C') bằng bán kính của (C), suy ra phương trình đường tròn

$$(C'): x^2 + (y-7)^2 = 16$$

--- HẾT ---