

GỢI Ý ĐÁP ÁN

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [MAP] Chọn C. Ta có $-1 \leq \sin x \leq 1 \Leftrightarrow 1 \leq \sin x + 2 \leq 3, \forall x \in \mathbb{Z}$

Câu 2: [MAP] Chọn B.

Câu 3: [MAP] Chọn A.

Câu 4: [MAP] Chọn C.

Câu 5: [MAP] Chọn B.

Câu 6: [MAP] Chọn D. Phương trình tương đương $\sin x = \frac{-\sqrt{3}}{2} = \sin \frac{-\pi}{3} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{3} + k2\pi \\ x = \frac{4\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 7: [MAP] Chọn D. Phương trình tương đương: $2x - \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 8: [MAP] Chọn A.

$$\begin{aligned} \tan^2 x - (\sqrt{3} + 1)\tan x + \sqrt{3} &= 0 \Leftrightarrow (\tan x - 1)(\tan x - \sqrt{3}) = 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = 1 \\ \tan x = \sqrt{3} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Câu 9: [MAP] Chọn B.

Điều kiện vô nghiệm của phương trình là $3^2 + m^2 < 13 \Leftrightarrow m^2 < 4 \Leftrightarrow -2 < m < 2$

Suy ra có 3 giá trị của m thỏa mãn phương trình vô nghiệm.

Câu 10: [MAP] Chọn D.

Câu 11: [MAP] Chọn A.

$$\text{PT tương đương } \tan 2x = \tan \left(\frac{\pi}{2} - x \right) \Leftrightarrow 2x = \frac{\pi}{2} - x + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra nghiệm dương nhỏ nhất ứng với k=0 là $x = \frac{\pi}{6}.$

Câu 12: [MAP] Chọn B.

$$\text{PT} \Leftrightarrow \sin^2 x + 2\sin 2x + \cos 2x + 2 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$$

Nếu $\cos x = 0$ thay vào phương trình dễ thấy không thỏa mãn.

Suy ra $\cos x \neq 0$, chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ ta được $2\tan^2 x + 4\tan x + 3 = 0.$

Câu 13: [MAP] Chọn C.

Gọi A là biến cố chọn được 3 viên bi có đủ 3 màu

Không gian mẫu $\Omega = C_{17}^3.$

Có 4 cách chọn một viên bi đỏ, có 5 cách chọn một viên bi xanh và có 8 cách chọn một viên bi vàng.

$$\text{Suy ra } n(A) = 4.5.8 = 160$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{4}{17}.$$

Câu 14: [MAP] Chọn B.

Gọi số có 5 chữ số là $\overline{abcde}, a \neq 0$;

Có 4 cách chọn số e;

Có 6 cách chọn số a (do $a \neq 0$ và a khác e);

Với các chữ số b, c, d lần lượt có 6, 5, 4 cách chọn;

Vậy ta có $4.6.6.5.4 = 2880$ số.

Câu 15: [MAP] Chọn D.

Do học sinh A và B phải ngồi cạnh nhau nên ta sẽ coi chiếc ghế có 4 chỗ trong đó có 1 chỗ cho 2 người ngồi.

Ta có $4!$ cách xếp người ngồi vào 4 chỗ đó, với chỗ ngồi dành cho 2 học sinh A và B ta có 2 cách xếp;

Vậy từ đó ta có $2.4! = 48$ cách xếp 5 học sinh sao cho học sinh A và B ngồi cạnh nhau.

Câu 16: [MAP] Chọn A.

Có 29 cách chọn tổ trưởng; có 28 cách chọn tổ phó; có 27 cách chọn thành viên còn lại

Vậy có tất cả $29.28.27 = 21924$ cách chọn.

Câu 17: [MAP] Chọn A.

Câu 18: [MAP] Chọn C.

Ta đi tìm số cách chọn mà không có đủ cả nam và nữ trước.

Nếu chọn 3 bạn nam thì có $C_{12}^3 = 220$ cách.

Nếu chọn 3 bạn nữ thì có $C_{15}^3 = 455$ cách.

Số cách chọn 3 bạn bất kì là $C_{27}^3 = 2925$ cách.

Suy ra số cách chọn 3 bạn có cả nam cả nữ là $2925 - 455 - 220 = 2250$.

Câu 19: [MAP] Chọn D.

+ Chia trước cho mỗi học sinh một phần quà có C_{15}^6 cách thì số phần quà còn lại là 9 phần quà.

+ Chia 9 phần quà cho 6 học sinh sao cho học sinh nào cũng có ít nhất một phần quà:

Đặt 9 phần quà theo một hàng ngang, giữa các phần quà sẽ có 8 khoảng trống, chọn 6 khoảng trống trong 8 khoảng trống đó để chia 9 phần quà còn lại thành 6 phần quà mà mỗi phần có ít nhất một phần quà, có $C_8^6 = 28$. Vậy tất cả có $C_{15}^6 \cdot 28$ cách chia.

Câu 20: [MAP] Chọn A.

Số hạng tổng quát của khai triển trên là

✓ $C_{13}^k (2x)^{13-k} (xy^3)^k = C_{13}^k 2^{13-k} \cdot x^{13} \cdot y^{3k}$, với $k \in \mathbb{N}$ và $0 \leq k \leq 13$

✓ Số hạng chứa y^{15} tương ứng với $3k = 15 \Leftrightarrow k = 5$.

Vậy hệ số của số hạng chứa y^{15} trong khai triển là $C_{13}^5 2^{13-5} = 329472$

Câu 21: [MAP] Chọn D. $P_{12} = 12!$

Câu 22: [MAP] Chọn A. Ta có $x_{A'} = 2 + (-1) = 1$; $y_{A'} = -1 + 4 = 3$.

Câu 23 : [MAP] Chọn C. Chọn hai lá trong 9 lá có $C_9^2 = 36$ suy ra $n(\Omega) = 36$.

Gọi A là biến cố " tổng hai số ghi trên hai lá là một số chẵn nhỏ hơn 9"

Ta có các cặp số có tổng là một số chẵn nhỏ hơn hoặc bằng 9 là $\{(1;3), (1;5), (1;7), (3;5), (2;4), (2;6)\}$

$$\Rightarrow n(A) = 6$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}.$$

Câu 24: [MAP] Chọn B.

Câu 25: [MAP] Chọn A.

Ta có (C) có tâm $I(0;1)$ bán kính 2, gọi I' là tâm của (C') suy ra $x_{I'} = 0 + 2 = 2; y_{I'} = 1 + 3 = 4$

Bán kính của (C') cũng bằng 2 nên ta có phương trình (C') là $(x-2)^2 + (y-4)^2 = 4$.

Câu 26: [MAP] Chọn C.

$$\text{Câu 27: [MAP] Chọn C. } V_{(O;2)}(A) = B(6, -2) \Rightarrow \overrightarrow{OB} = 2 \cdot \overrightarrow{OA} \Rightarrow \begin{cases} x_A = 6 : 2 = 3 \\ y_A = -2 : 2 = -1 \end{cases}$$

Câu 28: [MAP] Chọn A.

Cứ mỗi đội phải thi đấu với 24 đội còn lại nên có trận đấu. Tuy nhiên theo cách tính này thì một trận đấu chẳng hạn A gặp B được tính hai lần.

Do đó số trận đấu thực tế diễn ra là: $\frac{25 \cdot 24}{2} = 300$ trận.

$$\text{Câu 29: [MAP] Chọn B. ĐKXĐ: } \cos x \neq \frac{-1}{2} \Leftrightarrow x \neq \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 30: [MAP] Chọn A.

$$\begin{aligned} S &= \frac{3}{5} (C_{15}^0 5^{15} 3^0 + C_{15}^1 5^{14} 3^1 + C_{15}^2 5^{13} 3^2 + \dots + C_{15}^{14} 5^1 3^{14} + C_{15}^{15} 5^0 3^{15}) \\ &= \frac{3}{5} (5+3)^{15} = \frac{3 \cdot 8^{15}}{5} \end{aligned}$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Bài 1: Giải phương trình: $2\cos^2 3x + \cos 7x + \cos 5x = 1$.

Lời giải

Phương trình đề bài tương đương

$$2\cos^2 3x - 1 + 2\cos 6x \cos x = 0$$

$$\Leftrightarrow \cos 6x (1 + 2\cos x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \cos 6x = 0 \\ \cos x = \frac{-1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6x = \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\text{Vậy phương trình có các họ nghiệm là } \begin{cases} x = \frac{\pi}{12} + \frac{k\pi}{6} \\ x = \pm \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Bài 2: Xếp ngẫu nhiên 5 người A, B, C, D, E vào một cái bàn dài có 5 chỗ ngồi. Tính xác suất để giữa A và B có duy nhất một người khác.

Lời giải

Xếp 5 người vào một bàn có 5 chỗ ngồi có $5!$ cách, suy ra $n(\Omega) = 5!$.

Gọi A là biến cố "Giữa A và B có một người khác ngồi"

Ta xếp A và B trước và để một vị trí trống giữa A và B để chọn một người ngồi giữa, có tất cả $2 \cdot C_3^1 = 6$ cách.

Cố định vị trí của ba người đó, khi đó chỉ cần xếp 3 vị trí trên bàn có $3!$ Cách.

Suy ra $n(A) = 6 \cdot 3!$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{6 \cdot 3!}{5!} = \frac{3}{10}$$

Bài 3: Tính tổng $S = 5C_{2022}^1 + 5^3 C_{2022}^3 + \dots + 5^{2021} C_{2022}^{2021}$.

Lời giải

Ta xét khai triển sau

$$(1+x)^{2022} = C_{2022}^0 + C_{2022}^1 x + C_{2022}^2 x^2 + \dots + C_{2022}^{2022} x^{2022}$$

Thay $x = 5$ ta được

$$C_{2022}^0 + C_{2022}^1 5 + C_{2022}^2 5^2 + \dots + C_{2022}^{2022} 5^{2022} \quad (1)$$

Thay $x = -5$ ta được

$$C_{2022}^0 - C_{2022}^1 5 + C_{2022}^2 5^2 - \dots + C_{2022}^{2022} 5^{2022} \quad (2)$$

Lấy (1)-(2) ta có $2(C_{2022}^1 5 + C_{2022}^3 5^3 + \dots + C_{2022}^{2021} 5^{2021}) = 6^{2022} - 4^{2022}$

Suy ra

$$C_{2022}^1 5 + C_{2022}^3 5^3 + \dots + C_{2022}^{2021} 5^{2021} = \frac{6^{2022} - 4^{2022}}{2}$$

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy , cho đường thẳng $d: 3x - 7y + 4 = 0$. Viết phương trình đường thẳng d' là ảnh của đường thẳng d qua phép quay tâm O , góc quay 180° .

Lời giải

Do $Q_{(O, 180^\circ)} d = d'$ nên $d' // d$. Do đó, phương trình d' có dạng $3x - 7y + m = 0, (m \neq 4)$.

Chọn $M(1; 1) \in d$, gọi $M'(x'; y')$ là ảnh của điểm M qua phép quay $Q_{(O, 180^\circ)}$.

$$\text{Suy ra } \begin{cases} x' = -y_M = -1 \\ y' = -x_M = -1 \end{cases} \Rightarrow M'(-1; -1).$$

Do $M'(-1; -1) \in d'$ nên $3 \cdot (-1) - 7 \cdot (-1) + m = 0 \Leftrightarrow m = -10$.

Vậy d' có phương trình là $3x - 7y - 10 = 0$.

--- HẾT ---

