

GỢI Ý ĐÁP ÁN

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [MAP] Chọn B.

$$\cos 6x \cos 2x = \cos 5x \cos 3x \Leftrightarrow \cos 8x + \cos 4x = \cos 8x + 2x \Leftrightarrow \cos 4x = \cos 2x$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = 2x + k2\pi \\ 4x = -2x + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = k\pi \\ x = \frac{k\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}. \end{cases}$$

Câu 2: [MAP] Chọn D.

Câu 3: [MAP] Chọn C.

Câu 4: [MAP] Chọn A. $\cos x \geq -1 \Leftrightarrow y = 3 \cos x + 1 \geq -2 \Rightarrow y_{\min} = -2$

Câu 5: [MAP] Chọn D.

Câu 6: [MAP] Chọn A.

Câu 7: [MAP] Chọn B.

$$\sin 2x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x = \frac{\pi}{3} + k2\pi \\ 2x = \frac{2\pi}{3} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k\pi \\ x = \frac{\pi}{3} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Suy ra PT có nghiệm dương nhỏ nhất là $x = \frac{\pi}{6}$

Câu 8: [MAP] Chọn C.

$$\sin^2 x + 2 \sin x + 1 = (\sin x + 1)^2$$

Ta có: $0 \leq \sin x + 1 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq (\sin x + 1)^2 \leq 4 \Rightarrow 0 \leq m \leq 4$

Câu 9: [MAP] Chọn A.

$$\cos x + \sin x = 2 \sin \frac{\pi}{6} = 1 \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = \cos \frac{\pi}{4} \Leftrightarrow \begin{cases} x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ x - \frac{\pi}{4} = -\frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \\ x = k2\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 10: [MAP] Chọn D.

$$\tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) - \cot \left(\frac{\pi}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow \tan \left(x + \frac{\pi}{6} \right) = 1 \Leftrightarrow x + \frac{\pi}{6} = \frac{\pi}{4} + k\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Xét trong đoạn $[0; 2\pi]$ thì PT có hai nghiệm.

Câu 11: [MAP] Chọn C.

$$\begin{aligned} \cos 4 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) + \tan 2 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) - \cot 2 \left(x + \frac{\pi}{2} \right) &= \cos(4x + 2\pi) + \tan(2x + \pi) - \cot(2x + \pi) \\ &= \cos 4x + \tan 2x - \cot 2x \end{aligned}$$

Câu 12: [MAP] Chọn A.

$$\cos^2 x - 4 \sin x - 6 = m \Leftrightarrow -\sin^2 x - 4 \sin x - 5 = m \Leftrightarrow -(\sin x + 2)^2 - 1 = m$$

Ta có $1 \leq \sin x + 2 \leq 3 \Leftrightarrow -10 \leq -(\sin x + 2)^2 - 1 \leq -2 \Rightarrow -10 \leq m \leq -2$

Câu 13: [MAP] Chọn B.

Mỗi cách chọn một người làm lớp trưởng và làm lớp phó là một chỉnh hợp chập 2 của 20 phần tử.

Câu 14: [MAP] Chọn A.

Xác suất để không có xạ thủ nào bắn trúng bia là $0,2.0,3 = 0,06$

Suy ra xác suất để có ít nhất một xạ thủ bắn trúng là $1 - 0,06 = 0,94$.

Câu 15: [MAP] Chọn D.

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{10}^2 = 45$.

Gọi A là biến cố hai bạn lên bảng có cả nam và nữ. Suy ra $n(A) = 4.6 = 24$.

Nên $P(A) = \frac{24}{45} = \frac{8}{15}$.

Câu 16: [MAP] Chọn B. $C_n^{15} = C_n^8 \Leftrightarrow n = 15 + 8 = 23$. Khi đó $C_n^{21} = C_{23}^{21} = 253$ **Câu 17: [MAP] Chọn A.**

$$(2x+1)^9 = \sum_{k=0}^9 C_9^k (2x)^{9-k} \Rightarrow 9-k=6 \Leftrightarrow k=3$$

Vậy hệ số của x^6 là $2^6.C_9^3$.

Câu 18: [MAP] Chọn C.

Chọn mỗi loại hoa một bông có $4.6.9 = 216$ cách chọn.

Khi đó còn lại 16 bông, chọn 1 bông bất kì có 16 cách

Vậy có tất cả $216.16 = 3456$.

Câu 19: [MAP] Chọn D.**Câu 20: [MAP] Chọn D.** Hai đường phân giác của hai góc tạo bởi a và b là hai trục đối xứng**Câu 21: [MAP] Chọn C.****Câu 22: [MAP] Chọn B.**

Theo hai cách vẽ tam giác ABC cùng và ngược chiều kim đồng hồ nên ta có hai góc quay sẽ là $\varphi = 60^\circ$ hoặc $\varphi = -60^\circ$.

Câu 23: [MAP] Chọn C.**Câu 24: [MAP] Chọn C.****Câu 25: [MAP] Chọn B.**

Phép dời hình biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và giữ nguyên thứ tự.

Câu 26: [MAP] Chọn C.**Câu 27: [MAP] Chọn D.**

Ta có các bộ ba số có tổng chia hết cho 3 là $(1; 4; 7); (2; 5; 8)$, với mỗi bộ số ta lại tạo được $3! = 6$ số.

Nên có tất cả 12 số thỏa mãn.

Câu 28: [MAP] Chọn B. $\tan x = 0 \Leftrightarrow \sin x = 0 \Leftrightarrow \cos x = 1$ **Câu 29: [MAP] Chọn C.** $\sin x + \cos x = 2 : 1^2 + 1^2 < 2^2$ **Câu 30: [MAP] Chọn B.**

PHẦN II: TỰ LUẬN

Bài 1: Giải phương trình: $\tan\left(x + \frac{\pi}{4}\right) - 2 \cot x = 2$.

Lời giải

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} \cos\left(x + \frac{\pi}{4}\right) \neq 0 \\ \sin x \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} \neq \frac{\pi}{2} + k\pi \\ x \neq j\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x \neq \frac{\pi}{4} + k\pi \\ x \neq j\pi \end{cases}, k, j \in \mathbb{Z}.$$

$$\begin{aligned} PT &\Leftrightarrow \frac{\tan x + 1}{1 - \tan x} - \frac{2}{\tan x} = 2 \\ &\Leftrightarrow \frac{\tan^2 x + \tan x - 2 + 2 \tan x}{\tan x - \tan^2 x} = 2 \\ &\Leftrightarrow \tan^2 x + \tan x - 2 + 2 \tan x = 2 \tan x - 2 \tan^2 x \\ &\Leftrightarrow 3 \tan^2 x + \tan x - 2 = 0 \\ &\Leftrightarrow (\tan x + 1)(3 \tan x - 2) = 0 \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \tan x = -1 \\ \tan x = \frac{2}{3} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{2}{3}\right) + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Dễ thấy hai họ nghiệm đều thỏa mãn ĐKXĐ.

$$\text{Vậy phương trình có hai họ nghiệm là } \begin{cases} x = -\frac{\pi}{4} + k\pi \\ x = \arctan\left(\frac{2}{3}\right) + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Bài 2: Trong đợt thi cuối kì, thầy giáo chọn trong tập đề cương gồm 10 câu Đại số và 7 câu Hình học ra 5 câu để tạo đề thi cho học sinh. Tính xác suất để thầy giáo chọn được một đề có số câu Đại số nhiều hơn số câu Hình học.

Lời giải

Chọn 5 câu trong 17 câu ta có $n(\Omega) = C_{17}^5$;

Gọi A là biến cố thầy giáo chọn được đề có số câu Đại số nhiều hơn Hình học.

Ta xét các trường hợp sau

TH1: Có 3 câu Đại số và 2 câu Hình học

Khi đó ta có số cách chọn là $C_{10}^3 \cdot C_7^2$;

TH2: Có 4 câu Đại số và 1 câu Hình học

Khi đó ta có số cách chọn là $C_{10}^4 \cdot C_7^1$;

$$\text{Vậy ta suy ra } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{C_{10}^3 \cdot C_7^2 + C_{10}^4 \cdot C_7^1}{C_{17}^5} = \frac{285}{442}.$$

Bài 3: Cho $x > 0$ và n là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $C_{n+4}^{n+2} - C_{n+2}^n = 2n + 5$. Tìm số hạng chứa x^{15} trong khai triển $\left(\frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^7}\right)^n$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} C_{n+4}^{n+2} - C_{n+2}^n = 2n + 5 &\Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{2!(n+2)!} - \frac{(n+2)!}{2!n!} = 2n + 5 \\ &\Leftrightarrow (n+4)(n+3) - (n+2)(n+1) = 4n + 10 \\ &\Leftrightarrow n = 12 \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức $\left(\frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^7}\right)^{12}$ là $C_{12}^k \left(\frac{2}{x^2}\right)^{12-k} x^{\frac{7k}{3}} = C_{12}^k 2^{12-k} x^{\frac{13k}{3}-24}$

Số hạng chứa x^{15} tương ứng $\frac{13k}{3} - 24 = 15 \Leftrightarrow k = 9$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{15} là $C_{12}^9 2^{12-9} = 1760$.

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ Oxy, cho đường tròn (C): $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$. Viết phương trình đường tròn (C') là ảnh của (C) qua phép tịnh tiến theo vector $\vec{v} = (2; 4)$.

Lời giải

Đường tròn (C) có tâm $I(-2; 3)$ và bán kính $R = 4$.

Gọi I' là tâm của (C'), theo đề bài ta có $\begin{cases} x_{I'} = -2 + 2 = 0 \\ y_{I'} = 3 + 4 = 7 \end{cases}$.

Ta có bán kính của (C') bằng bán kính của (C), suy ra phương trình đường tròn

$$(C'): x^2 + (y-7)^2 = 16$$

--- HẾT ---

