

GỢI Ý ĐÁP ÁN

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [MAP] Chọn D.

Ta có $-1 \leq \cos x \leq 1 \Leftrightarrow -2 \leq 3 \cos x + 1 \leq 4, \forall x \in \mathbb{Z}$

Câu 2: [MAP] Chọn C.

Câu 3: [MAP] Chọn A.

$$\text{ĐKXĐ: } \begin{cases} \sin x \neq \frac{1}{2} \\ \cos x \neq 0 \end{cases}$$

Câu 4: [MAP] Chọn B.

Câu 5: [MAP] Chọn D.

Câu 6: [MAP] Chọn A.

Phương trình tương đương $\tan 2x = -\sqrt{3} = \tan \frac{-\pi}{3} \Leftrightarrow 2x = -\frac{\pi}{3} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{6} + \frac{k\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 7: [MAP] Chọn B.

Phương trình tương đương: $1 - 2 \sin^2 x + \sin^2 x + 2 \sin x = -\sin^2 x + 2 \sin x + 1$

Câu 8: [MAP] Chọn C.

Đặt $\sin x + \cos x = t \left(-\sqrt{2} \leq t \leq \sqrt{2} \right) \Rightarrow 2 \sin x \cos x = t^2 - 1$

Phương trình tương đương

$$t^2 + t^2 - 1 + 1 = 0 \Leftrightarrow t = 0 \Leftrightarrow \sin x + \cos x = 0 \Leftrightarrow \cos \left(x - \frac{\pi}{4} \right) = 0 \Leftrightarrow x - \frac{\pi}{4} = \frac{\pi}{2} + k\pi \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 9: [MAP] Chọn A.

Điều kiện có nghiệm của phương trình là

$$4 + (m+1)^2 \geq 20 \Leftrightarrow m^2 + 2m - 15 \geq 0 \Leftrightarrow \begin{cases} m \leq -5 \\ m \geq 3 \end{cases} \Leftrightarrow 3 \leq m \leq 10$$

Suy ra có 8 giá trị của m thỏa mãn phương trình có nghiệm.

Câu 10: [MAP] Chọn B.

Câu 11: [MAP] Chọn D.

$$\text{PT tương đương: } \sin 3x + \cos \left(x + \frac{\pi}{3} \right) = 0 \Leftrightarrow \sin 3x = \cos \left(\frac{2\pi}{3} - x \right) = \sin \left(x - \frac{\pi}{6} \right)$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x = \pi - x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{-\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra nghiệm âm lớn nhất là $x = -\frac{\pi}{12}$.

Câu 12: [MAP] Chọn A.

$$\text{PT} \Leftrightarrow 3 - 4 \sin x \cos x = 0 \Leftrightarrow 2(\sin^2 x - 2 \sin x \cos x + \cos^2 x) + 1 = 0 \Leftrightarrow 2t^2 + 1 = 0$$

Câu 13: [MAP] Chọn B.

Chọn bất kì 3 quyển trên giá có C_{23}^3 cách.

Nếu chọn được 3 quyển sách Hóa có C_5^3 cách.

Nếu chọn được 3 quyển sách Lí có C_7^3 cách.

Nếu chọn được 3 quyển sách Tiếng Anh có C_{11}^3 cách.

Vậy số cách chọn được 3 quyển có ít nhất hai loại là $C_{23}^3 - C_5^3 - C_7^3 - C_{11}^3 = 1561$.

Câu 14: [MAP] Chọn D.

Gọi số có 3 chữ số là $\overline{abc}, a \neq 0$;

Có 5 cách chọn a;

Có 5 cách chọn b;

Có 4 cách chọn c;

Vậy ta có $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ số.

Câu 15: [MAP] Chọn C.

Ở hai vị trí đầu có 2 cách xếp, ba vị trí giữa có $3!$ cách xếp

Vậy có tất cả $2 \cdot 3! = 12$ cách xếp.

Câu 16: [MAP] Chọn B.

Chọn 5 trong 26 cầu thủ để thực hiện phạt đền chưa tính đến thứ tự có C_{26}^5 cách chọn.

Câu 17: [MAP] Chọn D.

$$\sin 2x + \cos^2 x + 3 = 0 \Leftrightarrow 3 \sin^2 x + 2 \sin x \cos x + 4 \cos^2 x = 0 \Leftrightarrow 3 \tan^2 x + 2 \tan x + 4 = 0$$

Câu 18: [MAP] Chọn A.

Không gian mẫu: $n(\Omega) = C_{12}^2$.

Gọi A là biến cố chọn được hai phần quà màu đỏ, $n(A) = C_5^2$.

$$\text{Suy ra } P(A) = \frac{C_5^2}{C_{12}^2} = \frac{5}{33}$$

Câu 19: [MAP] Chọn B.

Để chọn một chiếc đồng hồ cần chọn một kiểu mặt và một kiểu dây

Có 5 cách chọn kiểu mặt; có 4 cách chọn kiểu dây

Suy ra có $5 \cdot 4 = 20$ cách chọn.

Câu 20: [MAP] Chọn C.

$$\text{Khai triển } \left(x^2 + \frac{y^2}{x} \right)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{2(10-k)} \left(\frac{y^2}{x} \right)^k = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k \cdot x^{20-3k} \cdot y^{2k}$$

Suy ra $20 - 3k = 8 \Leftrightarrow k = 4$.

Vậy hệ số của x^8 là $C_{10}^4 = 210$.

$$\text{Câu 21: [MAP] Chọn A. } A_7^3 = \frac{7!}{4!}$$

Câu 22: [MAP] Chọn D.

Gọi $C = T_v(A)$.

Ta có $x_A = 1 - 0 = 1; y_A = 2 - 3 = -1$.

Câu 23 : [MAP] Chọn B.

$$n(\Omega) = 10.$$

Từ 1 đến 10 có 2 số chia hết cho 5 $\Rightarrow n(A) = 2$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}.$$

Câu 24: [MAP] Chọn A.

Câu 25: [MAP] Chọn A.

$$\text{Gọi } M(1; -1) \in d \Rightarrow T_v(M) = M' \in d'.$$

$$\text{Ta có } \begin{cases} x' = 1 + 2 = 3 \\ y' = -1 + 1 = 0 \end{cases} \Rightarrow M'(3; 0).$$

$$\text{Do } d // d' \Rightarrow d' : 3x + 2y + c = 0 \Leftrightarrow 3.3 + 2.0 + c = 0 \Leftrightarrow c = -9$$

$$\text{Vậy } d' : 3x + 2y - 9 = 0.$$

Câu 26: [MAP] Chọn B.

Ảnh của đường tròn (C) qua phép vị tự tỉ số 3 là đường tròn có bán kính $R = 3.4 = 12$

Câu 27: [MAP] Chọn D.

$$\text{Theo tính chất phép quay thì } A'B' = AB = \sqrt{(2+1)^2 + (1+3)^2} = 5.$$

Câu 28: [MAP] Chọn D.

Số được chọn là abc (c chẵn)

Chọn c : 3 cách

Chọn a : 6 cách

Chọn b: 5 cách

Số phần tử của biến cố là : $3.6.5 = 90$.

Câu 29: [MAP] Chọn C.

$$m^2 + 4 \geq (m+1)^2 \Leftrightarrow 2m \leq 3 \Leftrightarrow m \leq \frac{3}{2}$$

Câu 30: [MAP] Chọn B.

$$A = C_9^1 + C_9^2 + \dots + C_9^9 = C_9^0 + C_9^1 + C_9^2 + \dots + C_9^9 - C_9^0 = (1+1)^9 - 1 = 2^9 - 1$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Bài 1: Giải phương trình: $(\sin x - 1)(2 \cos x - 3 \sin x) = 3 \cos^2 x$.

Lời giải

Phương trình đề bài tương đương

$$\begin{aligned} & 2 \cos x (\sin x - 1) - 3 \sin x (\sin x - 1) = 3 \cos^2 x \\ \Leftrightarrow & 2 \sin x \cos x - 2 \cos x + 3 \sin x - 3 (\sin^2 x + \cos^2 x) = 0 \\ \Leftrightarrow & 2 \sin x \cos x - 2 \cos x + 3 \sin x - 3 = 0 \\ \Leftrightarrow & (2 \cos x + 3)(\sin x - 1) = 0 \\ \Leftrightarrow & \sin x = 1 \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có các nghiệm là $x = \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Bài 2: Một hộp đựng 9 thẻ được đánh số từ 1 đến 9. Rút ngẫu nhiên hai thẻ và nhân hai số trên hai thẻ lại với nhau. Tính xác suất:

- a) có ít nhất một thẻ đánh số lẻ
b) tích hai số ghi trên hai thẻ là số chẵn

Lời giải

Số cách chọn 2 thẻ trong 9 thẻ là $C_9^2 \Rightarrow n(\Omega) = C_9^2 = 36$

a) Gọi A là biến cố trong 2 thẻ có ít nhất một thẻ có đánh số lẻ;

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố trong 2 thẻ lấy ra không có thẻ số lẻ (chỉ có số chẵn)

Số cách chọn 2 thẻ số chẵn trong các thẻ 2,4,6,8 là $C_4^2 \Rightarrow n(\bar{A}) = 6$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = \frac{n(\bar{A})}{n(\Omega)} = \frac{5}{6}$$

b) Gọi B là biến cố tích hai số trên hai thẻ được chọn là số chẵn

Suy ra $\bar{B}$ là biến cố tích hai số trên hai thẻ là số lẻ tức là cả hai thẻ được chọn đều được đánh số lẻ

Số cách chọn 2 thẻ lẻ trong các thẻ 1,3,5,7,9 là $C_5^2 \Rightarrow n(\bar{B}) = 10$

$$\Rightarrow P(B) = 1 - P(\bar{B}) = \frac{n(\bar{B})}{n(\Omega)} = \frac{13}{18}$$

Bài 3: Tìm hệ số của x^4 trong khai triển $(3x+1)^n$, biết tổng tất cả các hệ số trong khai triển đó bằng 4096.

Lời giải

Ta có số hạng tổng quát của khai triển nhị thức là $C_n^k (3x)^{n-k} = C_n^k 3^{n-k} x^{n-k}$;

Dễ thấy tổng các hệ số trong khai triển chính là giá trị của nhị thức tại $x = 1$;

Suy ra $4096 = 4^n \Leftrightarrow n = 6$;

Số hạng chứa x^4 tương ứng với $6 - k = 4 \Leftrightarrow k = 2$;

Vậy hệ số của số hạng chứa x^4 là $C_6^2 3^{6-2} = 135$.

Bài 4: Trong mặt phẳng tọa độ, cho đường thẳng Δ có phương trình $2x - y + 1 = 0$ và điểm $A(3; 2)$.

Tìm tọa độ điểm A' là điểm đối xứng của A qua đường thẳng Δ .

Lời giải

Gọi d là đường thẳng qua A và vuông góc với Δ có phương trình $d: x + 2y - 7 = 0$.

Gọi $H = d \cap \Delta$, tọa độ điểm H là nghiệm của hệ $\begin{cases} 2x - y + 1 = 0 \\ x + 2y - 7 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 3 \end{cases} \Rightarrow H(1; 3)$.

Theo giả thiết: $D_\Delta(A) = A'(x'; y') \Rightarrow H$ là trung điểm của $AA' \Leftrightarrow \begin{cases} x' = 2x_H - x_A \\ y' = 2y_H - y_A \end{cases}$

$$\Rightarrow \begin{cases} x' = -1 \\ y' = 4 \end{cases} \Rightarrow A'(-1; 4).$$

--- HẾT ---

