

GỢI Ý ĐÁP ÁN

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [MAP] Chọn A.

ĐKXD: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$.

Câu 2: [MAP] Chọn B.

Câu 3: [MAP] Chọn A.

Ta có $\left(0; \frac{\pi}{3}\right) \in \left(0; \frac{\pi}{2}\right)$ nên hàm số $y = \sin x$ đồng biến trên $\left(0; \frac{\pi}{3}\right)$.

Câu 4: [MAP] Chọn D.

$$\sin^2 x + 2\sin 2x + 3 = 0 \Leftrightarrow 4\sin^2 x + 4\sin x \cos x + 3\cos^2 x = 0$$

Chia cả hai vế cho $\cos^2 x$ ta được PT $\Leftrightarrow 4\tan^2 x + 4\tan x + 3 = 0$.

Câu 5: [MAP] Chọn B.

Câu 6: [MAP] Chọn A.

Phương trình tương đương

$$\sin 3x = -\cos\left(x + \frac{\pi}{3}\right) \Leftrightarrow \sin 3x = \sin\left(x - \frac{\pi}{6}\right) \Leftrightarrow \begin{cases} 3x = x - \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ 3x = \pi - x + \frac{\pi}{6} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -\frac{\pi}{12} + k\pi \\ x = \frac{7\pi}{24} + \frac{k\pi}{2}, k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 7: [MAP] Chọn C.

Phương trình tương đương :

$$\tan x + \cot x + \tan x \cdot \cot x + 1 = 0 \Leftrightarrow (\tan x + 1)(\cot x + 1) = 0 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{4} + k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 8: [MAP] Chọn B.

$$\sin 3x = 1 \Leftrightarrow 3x = \frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra một nghiệm dương của phương trình là $x = \frac{5\pi}{6}$.

Câu 9: [MAP] Chọn A.

$$0 \leq \sqrt{\sin x} \leq 1; 0 \leq \cos^2 x \leq 1 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 1$$

Suy ra $y_{\min} = -1; y_{\max} = 1$.

Câu 10: [MAP] Chọn D.

Câu 11: [MAP] Chọn B.

Ta có:

$$(m-2)\sin x + 2\sqrt{3}\cos^2 \frac{x}{2} = m \Leftrightarrow (m-2)\sin x + \sqrt{3}\cos x + \sqrt{3} = m \Leftrightarrow (m-2)\sin x + \sqrt{3}\cos x = m - \sqrt{3}$$

Suy ra để phương trình có nghiệm thì:

$$(m-2)^2 + 3 \geq (m - \sqrt{3})^2 \Leftrightarrow (4 - 2\sqrt{3})m \leq 3 \Leftrightarrow m \leq 5,6 \Rightarrow m \in \{1; 2; 3; 4; 5\}$$

Câu 12: [MAP] Chọn C.

Với một cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ ta có duy nhất một cách xếp chúng theo thứ tự giảm dần.

Ta có 10 cách chọn 9 chữ số từ tập $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

Do đó có 10 số tự nhiên cần tìm

Câu 13: [MAP] Chọn D.

Mỗi véc tơ thỏa đề là một chỉnh hợp chập 2 của 6. Vậy có $A_9^2 = 72$ véc tơ.

Câu 14: [MAP] Chọn A.

$$\text{Ta có } (1+x)^{10} = \sum_{k=0}^{10} C_{10}^k x^k$$

Suy ra hệ số của x^4 là $C_{10}^4 = 210$

Câu 15: [MAP] Chọn C.**Câu 16: [MAP] Chọn A.**

$$n(\Omega) = 2.2.2.2 = 16$$

Câu 17: [MAP] Chọn C.

$n(\Omega) = C_5^2 = 10$. Gọi A là biến cố: "Lấy được hai quả màu trắng".

$$\text{Ta có } n(A) = C_3^2 = 3$$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{3}{10}.$$

Câu 18: [MAP] Chọn D.

Không gian mẫu có $C_{10}^3 = 120$ phần tử.

Chọn ba viên màu đỏ thì có C_7^3 cách chọn nên như thế có $C_{10}^3 - C_7^3 = 85$ cách chọn có ít nhất một viên bi xanh.

$$\text{Xác suất cần tìm là: } P(A) = \frac{85}{120} = \frac{17}{24}.$$

Câu 19: [MAP] Chọn B.

$$\text{Ta có } C_n^2 - C_n^1 = 54C_n^n \Leftrightarrow n^3 - 3n - 108 = 0 \Leftrightarrow n = 12$$

$$\text{Suy ra } \left(x^2 + \frac{3}{x}\right)^n = \sum_{k=0}^{12} C_{12}^k 3^k x^{24-3k}$$

Nên số hạng $3^k C_n^l x^9$ tương ứng với $24 - 3k = 9 \Leftrightarrow k = 5$ hay $A = 5 + 5 = 10$

Câu 20: [MAP] Chọn A.

Gọi A_i là biến cố: "Người thứ i bắn trúng mục tiêu" với $i = 1, 2, 3$.

Gọi A là biến cố: "Có ít nhất một xạ thủ bắn trúng bia".

Suy ra $\bar{A}$ là biến cố: "Không có xạ thủ nào bắn trúng bia".

Ta có:

$$\bar{A} = \bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3$$

$$\Rightarrow P(\bar{A}) = P(\bar{A}_1 \cdot \bar{A}_2 \cdot \bar{A}_3) = P(\bar{A}_1) \cdot P(\bar{A}_2) \cdot P(\bar{A}_3) = (1 - 0,72)(1 - 0,64)(1 - 0,5) = 0,0504$$

$$\Rightarrow P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,9496$$

Câu 21: [MAP] Chọn D.

Theo quy tắc nhân ta có $3.4.5 = 60$ cách chọn được ba bông hoa có đủ ba màu.

Câu 22: [MAP] Chọn B.

$n(\Omega) = A_9^5$. Gọi A là biến cố số chọn được chỉ chứa hai chữ số chẵn

$$\text{Ta có } n(A) = C_4^2 \cdot A_5^2 \cdot A_5^3 = 7200 \Rightarrow P(A) = \frac{7200}{A_9^5} = \frac{10}{21}.$$

Câu 23: [MAP] Chọn D.

Phép tịnh tiến biến một đường thẳng thành đường thẳng song song hoặc trùng với nó.

Câu 24: [MAP] Chọn A.

Phép quay tâm O biến điểm $A(2;0)$ thành điểm $A'(0;2)$ chính là phép quay tâm O với góc 90° .

Câu 25: [MAP] Chọn C.

Phát biểu A,B,D dành cho phép vị tự tỉ số $|k| = 1$.

Câu 26: [MAP] Chọn B.

Câu 27: [MAP] Chọn A.

Ta có $\overrightarrow{AB} = \vec{v} \Rightarrow \vec{v}(2; -4)$

Câu 28: [MAP] Chọn C.

Câu 29: [MAP] Chọn D.

Ta có $R' = kR = 3.2 = 6$.

Câu 30: [MAP] Chọn B.

$$\text{Ta có } S_{ABC} = \frac{3^2 \sqrt{3}}{4} = \frac{9\sqrt{3}}{4}.$$

Vì phép quay biến tam giác thành tam giác bằng nó nên diện tích ảnh cũng bằng diện tích tam giác ABC, suy ra $S' = \frac{9\sqrt{3}}{4}$.

PHẦN II: TỰ LUẬN

Bài 1: Giải phương trình: $2\cos x \sin 2x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin 5x + \sin x$.

Lời giải

Phương trình đề bài tương đương

$$\begin{aligned} & \cos x \sin 2x + 2\cos^2 x \sin x - \sin x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin 5x \\ \Leftrightarrow & \cos x \sin 2x + \sin x (2\cos^2 x - 1) + \cos 3x = \sqrt{2} \sin 5x \\ \Leftrightarrow & \cos x \sin 2x + \sin x \cos 2x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin 5x \\ \Leftrightarrow & \sin 3x + \cos 3x = \sqrt{2} \sin 5x \\ \Leftrightarrow & \sin \left(3x + \frac{\pi}{4} \right) = \sin 5x \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} 5x = 3x + \frac{\pi}{4} + k2\pi \\ 5x = \pi - 3x - \frac{\pi}{4} + k2\pi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{32} + \frac{k\pi}{4} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}$$

Vậy phương trình có 2 họ nghiệm là $\begin{cases} x = \frac{\pi}{8} + k\pi \\ x = \frac{3\pi}{32} + \frac{k\pi}{4} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$

Bài 2: Trong kì thi thử THPT Quốc Gia, Minh làm đề thi trắc nghiệm môn Tiếng Anh. Đề thi gồm 50 câu hỏi, mỗi câu có 4 phương án trả lời, trong đó chỉ có một phương án đúng; trả lời đúng mỗi câu được 0,2 điểm. Minh trả lời hết các câu hỏi và chắc chắn đúng 43 câu, 7 câu còn lại Minh chọn ngẫu nhiên. Tính xác suất để điểm thi của Minh không nhỏ hơn 9 điểm.

Lời giải

Để điểm thi của Minh không nhỏ 9 điểm thì trong 7 câu còn lại Minh phải chọn đúng ít nhất 2 câu, gọi A là biến cố “ Minh chọn đúng ít nhất 2 câu”

Ta xét biến cố đối $\bar{A}$ là Minh chọn đúng 1 câu hoặc không chọn đúng câu nào.

+) Với trường hợp Minh chọn đúng 1 câu với xác suất đúng 1 câu là 0,25 thì xác suất là $C_7^1 \cdot 0,25 \cdot 0,75^6 = 0,3115$

+) Với trường hợp Minh không chọn đúng câu nào thì xác suất là 0,1335

Suy ra $P(A) = 1 - P(\bar{A}) = 0,9584$.

Bài 3 Cho hình chữ nhật ABCD. Gọi E, F, H, K, O, I, J lần lượt là trung điểm các cạnh AB, BC, CD, DA, KF, HC, KO. Chứng minh hai hình thang AEJK và FOIC bằng nhau.

Lời giải

Xét phép dời hình F có được bằng cách thực hiện liên tiếp phép tịnh tiến theo vec-tơ $\overrightarrow{CF}$ và phép đối xứng trục EH. Khi đó ta có

$$T_{\overrightarrow{CF}}(C) = F, T_{\overrightarrow{CF}}(F) = B,$$

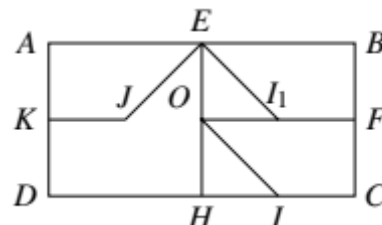
$$T_{\overrightarrow{CF}}(O) = E, T_{\overrightarrow{CF}}(I) = B_1,$$

Tiếp tục với phép đối xứng trục EH ta được

$$D_{EH}(F) = K, D_{EH}(B) = A,$$

$$D_{EH}(E) = E, D_{EH}(I_1) = J.$$

Do đó qua F, CFOI biến thành KAEJ nên hai hình này bằng nhau



Bài 4: Cho $x > 0$ và n là số tự nhiên thỏa mãn điều kiện $C_{n+4}^{n+2} - C_{n+2}^n = 2n + 5$. Tìm số hạng chứa x^{15} trong khai triển $\left(\frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^7}\right)^n$.

Lời giải

Ta có:

$$\begin{aligned} C_{n+4}^{n+2} - C_{n+2}^n &= 2n + 5 \Leftrightarrow \frac{(n+4)!}{2!(n+2)!} - \frac{(n+2)!}{2!n!} = 2n + 5 \\ &\Leftrightarrow (n+4)(n+3) - (n+2)(n+1) = 4n + 10 \\ &\Leftrightarrow n = 12 \end{aligned}$$

Số hạng tổng quát của khai triển nhị thức $\left(\frac{2}{x^2} + \sqrt[3]{x^7}\right)^{12}$ là $C_{12}^k \left(\frac{2}{x^2}\right)^{12-k} x^{\frac{7k}{3}} = C_{12}^k 2^{12-k} x^{\frac{13k}{3}-24}$

Số hạng chứa x^{15} tương ứng $\frac{13k}{3} - 24 = 15 \Leftrightarrow k = 9$

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{15} là $C_{12}^9 2^{12-9} = 1760$.

--- HẾT ---

