

GỢI Ý ĐÁP ÁN

PHẦN I: TRẮC NGHIỆM

Câu 1: [MAP] Chọn C.

$$\tan 2x + \cot \left(x + \frac{\pi}{2} \right) = 0 \Leftrightarrow \tan 2x + \tan(-x) = 0 \Leftrightarrow \tan 2x = \tan x \Leftrightarrow 2x = x + k\pi \Leftrightarrow x = k\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 2: [MAP] Chọn B.

Câu 3: [MAP] Chọn A.

Câu 4: [MAP] Chọn D.

$$0 \leq \sin^2 x \leq 1 \Leftrightarrow 4 \leq y \leq 5$$

Suy ra tổng GTNN và GTLN là 9.

Câu 5: [MAP] Chọn C.

Câu 6: [MAP] Chọn B. $\sin 3x + \sqrt{3} \cos 3x = 1 \Leftrightarrow \cos \left(3x - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2}$

Câu 7: [MAP] Chọn A.

$$\begin{aligned} \sin x + \cos \left(2x + \frac{\pi}{3} \right) &= 0 \Leftrightarrow \sin x = -\sin \left(\frac{\pi}{6} - 2x \right) = \sin \left(2x - \frac{\pi}{6} \right) \\ \Leftrightarrow \begin{cases} 2x - \frac{\pi}{6} = x + k2\pi \\ 2x - \frac{\pi}{6} = \pi - x + k2\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{\pi}{6} + k2\pi \\ x = \frac{7\pi}{6} + \frac{k2\pi}{3} \end{cases}, k \in \mathbb{Z}. \end{aligned}$$

Suy ra PT có 2 nghiệm nhỏ hơn π .

Câu 8: [MAP] Chọn B.

$$\cos 2x + 4 \cos x + 3 = 2m - 1 \Leftrightarrow 2m - 1 = 2(\cos x + 1)^2$$

$$\text{Mà } 0 \leq (\cos x + 1)^2 \leq 4 \Leftrightarrow 0 \leq 2m - 1 \leq 8 \Leftrightarrow \frac{1}{2} \leq m \leq \frac{9}{2}$$

Vậy để phương trình vô nghiệm thì $\begin{cases} m > \frac{9}{2} \\ m < \frac{1}{2} \end{cases}.$

Câu 9: [MAP] Chọn D.

$$2\sin^2 x + \cos \left(x - \frac{\pi}{2} \right) - 3 = 0 \Leftrightarrow 2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \Leftrightarrow (\sin x - 1)(2\sin x + 3) = 0$$

$$\text{Do } 2\sin x + 3 \neq 0, \forall x \in \mathbb{R} \text{ suy ra } \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

Câu 10: [MAP] Chọn C. Ta có $-1 \leq \sin 3x \leq 1 \Leftrightarrow m^2 \leq y \leq m^2 + 2 \Rightarrow y_{\min} = m^2 = 4 \Leftrightarrow m = \pm 2$

Câu 11: [MAP] Chọn A. ĐKXĐ: $\sin 4x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq \frac{k\pi}{4}, k \in \mathbb{Z}.$

Câu 12: [MAP] Chọn D.

Số các số tự nhiên có 4 chữ số khác nhau là số chỉnh hợp chập 4 của 6 phần tử.

$$\text{Vậy số các số tạo thành là } A_6^4 = 360$$

Câu 13: [MAP] Chọn C.

Mỗi cách chọn hai người là một chỉnh hợp chập 2 của 30 thành viên. Suy ra số cách chọn là A_{30}^2 .

Câu 14: [MAP] Chọn B.

Đi từ A tới C qua B có 3.5 cách chọn đường đi, khi đi về không được đi lại hai con đường đã chọn. Suy ra khi đi ngược từ C về A qua B chỉ còn 4.2 cách chọn đường đi.

Vậy số cách chọn đường là $3.5.4.2 = 120$.

Câu 15: [MAP] Chọn B.

Gọi số tự nhiên có 4 chữ số đó là $\overline{abc0}, a \neq 0$

Để chọn ba chữ số a, b, c có $A_9^3 = 504$ cách chọn (chữ số khác 0)

Nên có tất cả 504 số tự nhiên có 4 chữ số chia hết cho 10.

Câu 16: [MAP] Chọn A.

$$C_{n+3}^n = 26A_{n+1}^1 \Leftrightarrow \frac{(n+3)!}{3!.n!} = 26(n+1) \Leftrightarrow (n+3)(n+2) = 26.6 \Leftrightarrow n^2 + 5n - 150 = 0$$

$$\Leftrightarrow n = 10$$

Câu 17: [MAP] Chọn C.

$$\left(x^2 + \frac{y^3}{x}\right)^6 = \sum_{k=0}^6 C_6^k x^{12-3k} \cdot y^{3k}$$

Suy ra $k = 3$

Vậy hệ số của $x^3 y^9$ là $C_6^3 = 20$.

Câu 18: [MAP] Chọn B.

Không gian mẫu $n(\Omega) = C_{24}^3$.

Gọi A là biến cố lấy được 3 thẻ chỉ có hai màu, suy ra $\overline{A}$ là biến cố lấy được 3 thẻ đủ ba màu hoặc chỉ có một màu.

Số cách lấy thẻ đủ ba màu là $10.8.6$

Số cách lấy thẻ chỉ có một màu là $C_{10}^3 + C_8^3 + C_6^3$

Suy ra $n(\overline{A}) = 10.8.6 + C_{10}^3 + C_8^3 + C_6^3 = 676$

$$\text{Vậy } P(A) = 1 - P(\overline{A}) = 1 - \frac{676}{C_{24}^3} = \frac{337}{506}.$$

Câu 19: [MAP] Chọn C. Ta có $\Omega = \{(1;2); (1;3); \dots; (5;6)\}$ - có 15 phần tử

Câu 20: [MAP] Chọn D.

Không gian mẫu $n(\Omega) = 6.6 = 36$.

Gọi A là biến cố "số chấm ở lần gieo thứ nhất nhỏ hơn ở lần gieo thứ hai"

Theo câu 19, ta có $n(A) = 15$.

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}.$$

Câu 21: [MAP] Chọn B.

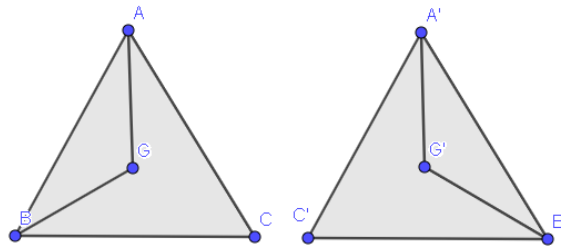
Tổng số tập hợp con của X là 2^{25} .

Số tập hợp con có 0; 1; 2 phần tử là $C_{25}^0 + C_{25}^1 + C_{25}^2$.

Vậy số tập hợp con có nhiều hơn 2 phần tử của X là $2^{25} - (C_{25}^0 + C_{25}^1 + C_{25}^2) = 33554106$.

Câu 22: [MAP] Chọn A.

Có hai cách vẽ tam giác ABC như sau, nên có hai trường hợp góc $\varphi = 120^\circ$ hoặc $\varphi = -120^\circ$.



Câu 23: [MAP] Chọn C.

Phép biến hình trong mặt phẳng là một quy tắc để với mỗi điểm M thuộc mặt phẳng có thể xác định được một điểm duy nhất M' thuộc mặt phẳng đó.

Câu 24: [MAP] Chọn A.

Câu 25: [MAP] Chọn D.

Câu 26: [MAP] Chọn B. Để có $A'(-1; 3)$, độ dài $AA' = 2|x_A| = 2$.

Câu 27: [MAP] Chọn A.

Ta có $I(-2; 3)$ là tâm của (C), gọi I' là ảnh của I qua phép đối xứng trục Ox, suy ra $I'(-2; -3)$.

Đường tròn mới có bán kính bằng bán kính đường tròn cũ.

Vậy phương trình ảnh của (C) là $(C'): (x+2)^2 + (y+3)^2 = 4$.

Câu 28: [MAP] Chọn C.

$$\text{Ta có } \begin{cases} x_I = \frac{x_A + x_{A'}}{2} \\ y_I = \frac{y_A + y_{A'}}{2} \end{cases} \Rightarrow x_{A'} = -1; y_{A'} = 3.$$

Câu 29: [MAP] Chọn D.

Câu 30: [MAP] Chọn B.

$$\text{Gọi } M(x; y) \in f(x), \text{ khi đó } M' \text{ là ảnh của } M \text{ thì } M'(x'; y') \Rightarrow \begin{cases} x+2 = x' \\ y+5 = y' \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = x'-2 \\ y = y'-5 \end{cases}$$

$$\text{Ta có } y = f(x) \Leftrightarrow y'-5 = f(x'-2) \Leftrightarrow y' = f(x'-2) + 5$$

PHẦN II: TỰ LUẬN

Bài 1: Giải phương trình: $\cos^2 x + \cos^2 3x = \cos^2 5x + \cos^2 7x$.

Lời giải

Phương trình đề bài tương đương

$$\begin{aligned} \cos^2 x + 1 - \sin^2 3x &= \cos^2 5x + 1 - \sin^2 7x \\ \Leftrightarrow \cos^2 x - \sin^2 3x &= \cos^2 5x - \sin^2 7x \\ \Leftrightarrow \sin^2 7x - \sin^2 3x &= \cos^2 5x - \cos^2 x \\ \Leftrightarrow (\sin 7x - \sin 3x)(\sin 7x + \sin 3x) &= (\cos 5x - \cos x)(\cos 5x + \cos x) \\ \Leftrightarrow 2 \cos 5x \sin 2x \cdot 2 \sin 5x \cos 2x &= -2 \sin 3x \sin 2x \cdot 2 \cos 3x \cos 2x \\ \Leftrightarrow \sin 10x \sin 4x &= -\sin 6x \sin 4x \\ \Leftrightarrow \sin 4x (\sin 10x + \sin 6x) &= 0 \\ \Leftrightarrow \begin{cases} \sin 4x = 0 \\ 2 \sin 8x \cos 2x = 0 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 4x = k\pi \\ 8x = k\pi \\ 2x = \frac{\pi}{2} + k\pi \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{k\pi}{4} \\ x = \frac{k\pi}{8} \\ x = \frac{\pi}{4} + \frac{k\pi}{2} \end{cases} &\Leftrightarrow x = \frac{k\pi}{8}, k \in \mathbb{Z} \end{aligned}$$

Vậy phương trình có họ nghiệm là $x = \frac{k\pi}{8}, k \in \mathbb{Z}$.

Bài 2: Gọi X là tập hợp tất cả các số tự nhiên có 5 chữ số đôi một khác nhau. Lấy ngẫu nhiên một số thuộc tập X. Tính xác suất để số lấy được luôn chứa đúng ba số thuộc tập $Y = \{1; 2; 3; 4; 5\}$ và ba số đứng cạnh nhau, tổng ba số bằng 8.

Lời giải

Số phần tử của tập hợp X là $9.A_9^4 \Rightarrow n(\Omega) = 9.A_9^4$.

Gọi A là biến cố chọn được số chứa đúng ba số thuộc tập Y và ba số đó đứng cạnh nhau có tổng bằng 8.

Xét tập Y, ta có các bộ 3 chữ số có tổng là 8 là $(1; 2; 5), (1; 3; 4)$, suy ra để chọn được bộ 3 chữ số thỏa mãn đề bài có $2.3!$ cách chọn.

Ta xét 2 trường hợp chọn cho 2 chữ số còn lại từ các chữ số 0, 6, 7, 8, 9

Nếu bộ ba chữ số trên đứng đầu thì 2 chữ số cuối có $5.4=20$ cách chọn

Nếu bộ ba chữ số đó không đứng đầu thì có $2.4.4=32$ cách chọn

Suy ra $n(A) = 2.3!. (20 + 32) = 624$

Vậy $P(A) = \frac{624}{9.A_9^4} = \frac{13}{567}$.

Bài 3: Tìm vector $\vec{v} = (a; b)$ sao cho khi tịnh tiến đồ thị $y = f(x) = x^3 + 3x + 1$ theo vector $\vec{v}$ ta nhận được đồ thị hàm số $y = g(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$.

Lời giải

Từ giả thiết ta có: $g(x) = f(x-a) + b \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 6x - 1 = [(x-a)^3 + 3(x-a) + 1] + b \Leftrightarrow x^3 - 3x^2 + 6x - 1 = x^3 - 3ax^2 + 3(a^2 + 1)x - a^3 - 3a + 1 + b$

Đồng nhất thức ta được: $\begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \end{cases} \Rightarrow \vec{v}(1; 2)$.

Bài 4: Tìm số hạng không chứa x trong khai triển $P(x) = \left(\frac{3}{2x^3} + x\right)^n$ (với x khác 0) biết

$$C_{n-3}^{n-5} + (n-1) \cdot A_n^3 = 6501$$

Lời giải

Điều kiện $n \geq 5, n \in \mathbb{N}$;

Ta có: $C_{n-3}^{n-5} + \frac{1}{n-1} A_n^3 = \frac{(n-3)!}{2!(n-5)!} + \frac{1}{n-1} \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{(n-3)(n-4)}{2} + n(n-2) = \frac{3n^2 - 11n + 12}{2} = 101$
 $\Leftrightarrow n = 10$

Số hạng tổng quát của khai triển $P(x) = \left(\frac{3}{2x^3} + x\right)^{10}$ là $C_{10}^k \left(\frac{3}{2x^3}\right)^{10-k} x^k = C_{10}^k \left(\frac{3}{2}\right)^{10-k} x^{4k-20}$

Số hạng không chứa x tương ứng với $4k - 20 = 0 \Leftrightarrow k = 5$

Vậy hệ số của số hạng không chứa x là $C_{10}^5 \frac{3^5}{2} = \frac{15309}{8}$.

--- HẾT ---