



TOÁN LỚP 11

ĐỀ CUỐI KÌ SỐ 1

I. Trắc nghiệm

Câu 1:[MAP] Chọn đáp án D.

Ta có $y = \sin^2 x + 2\sin x + 4 = (\sin x + 1)^2 + 3 \geq (-1 + 1)^2 + 3 = 3$.

Dấu bằng xảy ra khi $\sin x = -1$.

Câu 2:[MAP] Chọn đáp án C.

Phương trình tương đương

$$\sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3} + 2\pi\right) = 1 \Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) + \cos\left(2x + \frac{\pi}{3}\right) = 1$$

$$\Leftrightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} \Leftrightarrow \begin{cases} 2x + \frac{7\pi}{12} = \frac{\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{-\pi}{6} + k\pi \\ 2x + \frac{7\pi}{12} = \frac{3\pi}{4} + k2\pi \Leftrightarrow x = \frac{\pi}{12} + k\pi \end{cases}, k \in \mathbb{Z}.$$

Vậy suy ra nghiệm dương nhỏ nhất của phương trình là $x = \frac{\pi}{12}$.

Câu 3:[MAP] Chọn đáp án B.

Ta có $-1.3 + 2 \leq y = 3\sin x + 2 \leq 1.3 + 2 \Leftrightarrow -1 \leq y \leq 5$

Câu 4:[MAP] Chọn đáp án D.

Số tập hợp có ít hơn 3 phần tử của A là $C_6^0 + C_6^1 + C_6^2 = 22$

Sửa đáp án D thành 22.

Câu 5:[MAP] Chọn đáp án C.

Chọn hai quyền bất kì có C_{15}^2 cách chọn

Chọn hai quyền có cả hai màu có $6.9 = 54$ cách chọn

Vậy xác suất để chọn được hai quyền có đủ hai màu là $P = \frac{6.9}{C_{15}^2} = \frac{18}{35}$.

Câu 6:[MAP] Chọn đáp án D.

Tổng các hệ số khi khai triển chính là giá trị của đa thức khi $x = 1$ hay bằng $P(1) = 3^9$

Câu 7:[MAP] Chọn đáp án A.

Số khả năng xảy ra khi tung xúc xắc hai lần liên tiếp là $6.6 = 36$

Hai lần tung có tổng là số chẵn xảy ra khi cả hai lần là cùng chẵn hoặc cùng lẻ có số khả năng là: $3.3 + 3.3 = 18$

Xác suất để hai lần tung có tổng hai số chẵn là $P = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$.

Sửa đáp án A thành $\frac{1}{2}$.

Câu 8:[MAP] Chọn đáp án B.

Số cách chọn 4 bóng ngẫu nhiên là C_{17}^4 .

Chọn một bóng hỏng có 5 cách chọn.

Chọn 3 bóng còn lại trong 12 bóng sáng có C_{12}^3 cách.

Xác suất để chọn được 4 bóng có 1 bóng hỏng là $\frac{5.C_{12}^3}{C_{17}^4} = \frac{55}{119}$.

Câu 9:[MAP] Chọn đáp án D.

ĐKXD: $\sin x \neq 0 \Leftrightarrow x \neq k\pi, k \in \mathbb{Z}$

Câu 10:[MAP] Chọn đáp án C.

Vì số tự nhiên có ba chữ số dạng $\overline{abc}$ $a \neq 0$ với $a, b, c = \overline{0,9}$ sao cho $a < b < c$ nên $a, b, c = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$.

Với mỗi bộ ba chữ số được chọn từ tập trên chỉ tạo được duy nhất một số thỏa mãn đề bài.

Suy ra số các số thỏa mãn là $C_9^3 = 84$ số.

Câu 11:[MAP] Chọn đáp án B.

Gọi A là biến cố "Nam lấy được quyển sách Văn ở giá thứ nhất" và B là biến cố " Nam lấy được quyển sách Văn ở giá thứ hai" suy ra AB là biến cố " Nam lấy được hai quyển sách Văn ở hai giá".

Ta có $P(A) = \frac{8}{13}$ và $P(B) = \frac{4}{10} \Rightarrow P(AB) = \frac{8}{13} \cdot \frac{4}{10} = \frac{16}{65}$.

Câu 12:[MAP] Chọn đáp án D.

Trong 6 lần bắn để bắn trượt 2 lần có C_6^2 cách chọn.

Do xác suất của mỗi lần bắn không ảnh hưởng đến nhau nên xác suất của một cách chọn sẽ là $0,6^4 \cdot 0,4^2 = 0,0207$;

Vậy xác suất thỏa mãn đề bài là $C_6^2 \cdot 0,0207 = 0,3105$.

Câu 13:[MAP] Chọn đáp án A.

Cứ hai số được chọn từ trong bảy chữ số đã cho chỉ lập được duy nhất một số theo yêu cầu, nghĩa là ta được một tổ hợp chập 2 của 7 phần tử.

Vậy số các số cần lập là $C_7^2 = 21$.

Câu 14:[MAP] Chọn đáp án D.

Số hạng tổng quát của khai triển trên là

$$C_{18}^k x^{18-k} \left(-\frac{1}{x^2}\right)^k = C_{18}^k (-1)^k \cdot x^{18-3k}, \text{ với } k \in \mathbb{N} \text{ và } 0 \leq k \leq 18$$

Số hạng chứa x^{12} tương ứng với $18-3k=12 \Leftrightarrow k=2$.

Vậy hệ số của số hạng chứa x^{12} trong khai triển là $(-1)^2 C_{18}^2 = 153$.

Câu 15:[MAP] Chọn đáp án C.

$$\begin{aligned} &\Leftrightarrow 2 \frac{(n+2)!}{2!.n!} + \frac{(n+1)!}{(n-1)!} - 32 < 0 \\ &\Leftrightarrow (n+1)(n+2) + (n+1)n - 32 < 0 \\ &\Leftrightarrow n^2 + 2n - 15 < 0 \Leftrightarrow -5 < n < 3 \\ &\text{Do } n \geq 1 \Rightarrow n \in \{1; 2\} \end{aligned}$$

Vậy có 2 giá trị n thỏa mãn.

Câu 16:[MAP] Chọn đáp án A.

Dãy số (u_n) là cấp số cộng có $u_1 = 5, u_2 = 3$ nên có công sai $d = 3 - 5 = -2$.

Câu 17:[MAP] Chọn đáp án D.

Vì ba số lần lượt lập thành 1 cấp số cộng nên ta có

$$(1+3x)+(1-x)=2(x^2-5) \Leftrightarrow \begin{cases} x=-2 \\ x=3 \end{cases}$$

Câu 18:[MAP] Chọn đáp án B.

Do a, b, c lần lượt là ba số hạng của một cấp số nhân, gọi công bội là k suy ra $b = ka, c = k^2a$

Ta có $abc = a \cdot ka \cdot k^2 a = k^3 a^3 = 125 \Leftrightarrow b = ka = 25$.

Câu 19:[MAP] Chọn đáp án A.

$$u_n = (-1)^{2n} (5^n + 1) = 5^n + 1$$

Xét $u_{n+1} - u_n = 5^{n+1} + 1 - 5^n - 1 = 4.5^n > 0$ nên dãy số trên tăng.

Câu 20:[MAP] Chọn đáp án D.

Câu 21:[MAP] Chọn đáp án C.

Câu 22:[MAP] Chọn đáp án A. Đáp án B, C , D đều không bị chặn trên.

Câu 23:[MAP] Chọn đáp án B.

Câu 24:[MAP] Chọn đáp án C.

Ta có $V_{(O,-3)}(A) = C \Leftrightarrow \overrightarrow{OC} = -3\overrightarrow{OA}$ và $V_{(O,-3)}(B) = D \Leftrightarrow \overrightarrow{OD} = -3\overrightarrow{OB}$

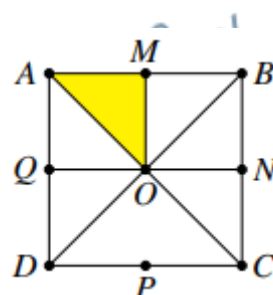
Khi đó $\overrightarrow{OC} - \overrightarrow{OD} = -3(\overrightarrow{OA} - \overrightarrow{OB}) \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = -3\overrightarrow{BA} \Leftrightarrow \overrightarrow{DC} = 3\overrightarrow{AB}$

Câu 25:[MAP] Chọn đáp án A.

Theo định nghĩa của phép biến hình thì quy tắc đặt tương ứng mỗi điểm M của mặt phẳng với một điểm xác định duy nhất M' của mặt phẳng đó gọi là phép biến hình trong mặt phẳng.

Câu 26:[MAP] Chọn đáp án D.

Dựa vào hình vẽ ta có
$$\begin{cases} Q_{(O,-90^\circ)}(O) = O \\ Q_{(O,-90^\circ)}(M) = N \Rightarrow Q_{(O,90^\circ)}(\triangle OMA) = \triangle OBN \\ Q_{(O,-90^\circ)}(A) = B \end{cases}$$



Câu 27:[MAP] Chọn đáp án A.

G là trọng tâm tam giác ABC nên $\overrightarrow{GM} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GA}, \overrightarrow{GN} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GB}, \overrightarrow{GP} = -\frac{1}{2}\overrightarrow{GC}$

Suy ra $V_{\left(G, -\frac{1}{2}\right)}(\Delta ABC) = \Delta MNP$

Câu 28:[MAP] Chọn đáp án D.

Phép vị tự tâm O tỉ số 2 biến điểm A thành điểm A' nên

$$\overrightarrow{OA'} = 2\overrightarrow{OA} \quad (1)$$

Gọi A' (x; y), ta có $\overrightarrow{OA'} = (x; y)$ và $\overrightarrow{OA} = (-2; 1)$

$$\text{Từ (1) suy ra } \begin{cases} x = 2 \cdot (-2) \\ y = 2 \cdot 1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = -4 \\ y = 2 \end{cases}$$

Vậy A' (-4; 2)

Câu 29:[MAP] Chọn đáp án B.

Gọi điểm M (x; y) bất kỳ thuộc đường thẳng $\Delta, M'(x'; y')$ là ảnh của M qua phép quay tâm O góc 90° . Khi đó M' sẽ thuộc đường thẳng Δ'

Theo biểu thức tọa độ của phép quay tâm O, góc quay 90° ta có

$$\begin{cases} x' = x \cos \varphi - y \sin \varphi \\ y' = x \sin \varphi + y \cos \varphi \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = x \cos 90^\circ - y \sin 90^\circ \\ y' = x \sin 90^\circ + y \cos 90^\circ \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x' = -y \\ y' = x \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = y' \\ y = -x' \end{cases}$$

Thay vào phương trình Δ ta có $y' + 2(-x') - 11 = 0 \Leftrightarrow 2x' - y' + 11 = 0$, hay $2x - y + 11 = 0$

Câu 30:[MAP] Chọn đáp án A.

Vì phép quay bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm bất kỳ nên nếu $Q_{(O, \alpha)}(M) = M' \quad (M \neq O)$ thì

$$OM' = OM$$

II. Tự luận

Bài 1: Có bao nhiêu giá trị nguyên của m để phương trình sau có nghiệm.

$$2 \sin \left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = m^2 + 2m + \sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x$$

Giải:

$$\text{Ta có: } \sin \left(\frac{3x}{2} + \frac{\pi}{3} \right) \cdot \cos \left(\frac{3x}{2} - \frac{\pi}{6} \right) = \frac{1}{2} \left(\sin \left(3x + \frac{\pi}{6} \right) + \sin \frac{\pi}{2} \right) = \frac{1}{2} \left(\sin 3x \cos \frac{\pi}{6} + \sin \frac{\pi}{6} \cos 3x + 1 \right)$$

$$\text{Suy ra PT} \Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x + 1 = m^2 + 2m + \sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow \sqrt{3} \sin 3x + \cos 3x + 1 = m^2 + 2m + \sqrt{3} \sin 3x - \cos 3x$$

$$\Leftrightarrow 2 \cos 3x = m^2 + 2m - 1$$

$$\text{Do } -2 \leq 2 \cos 3x \leq 2, \forall x \in \mathbb{R}$$

$$\Rightarrow -2 \leq m^2 + 2m - 1 \leq 2 \Leftrightarrow 0 \leq (m+1)^2 \leq 4 \Leftrightarrow -2 \leq m+1 \leq 2 \Leftrightarrow -3 \leq m \leq 1$$

Vậy ta có 5 giá trị nguyên của m thỏa mãn đề bài.

Bài 2: Cho tứ diện ABCD. Gọi M, N theo thứ tự là trung điểm của AB, BC và Q là một điểm nằm trên cạnh AD ($QA \neq QD$) và P là giao điểm của CD với mặt phẳng (MNQ). Chứng minh rằng $PQ \parallel MN$ và $PQ \parallel AC$

Giải:

Chọn Vì $QA \neq QD$ nên gọi $K = QM \cap BD$ suy ra

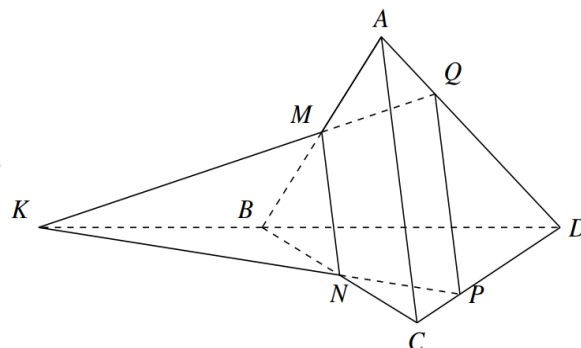
$KN \cap CD = P$

Theo định lý về giao tuyến ba mặt phẳng

Ta xét ba mặt phẳng (ABC), (ACD) và (MNQ)

$$\text{Ta có: } \begin{cases} (ABC) \cap (ACD) = AC \\ (ABC) \cap (MNQ) = MN \\ (ACD) \cap (MNQ) = QP \end{cases}$$

Vậy $AC \parallel MN$ nên $AC \parallel QP \parallel NM$



Bài 3: Cho tập hợp $X = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Tìm số phần tử của tập S gồm các số có ba chữ số khác nhau được lập thành từ các chữ số của tập X. Chọn ngẫu nhiên một số từ tập S, tính xác suất để số được chọn có chữ số hàng trăm và hàng chục đều là chữ số lẻ.

Giải

Số các số có 3 chữ số khác nhau lập từ tập X là $5 \cdot 5 \cdot 4 = 100$ số,

Chọn một số từ tập S suy ra $n(\Omega) = 100$

Gọi A là biến cố "Số được chọn có chữ số hàng trăm và hàng chục đều là số lẻ"

Chữ số hàng trăm có 3 cách chọn

Chữ số hàng chục có 2 cách chọn

Chữ số hàng đơn vị có 4 cách chọn

Nên số các số có 3 chữ số khác nhau mà chữ số hàng trăm và hàng chục đều là số lẻ là $3 \cdot 2 \cdot 4 = 24$
 $\Rightarrow n(A) = 24$

$$\text{Vậy } P(A) = \frac{n(A)}{n(\Omega)} = \frac{24}{100} = \frac{6}{25}.$$

Bài 4: Cho n là số nguyên dương thỏa mãn $C_{n-3}^{n-4} + C_{n+1}^{n-1} = 74$. Hãy tìm số hạng là số nguyên trong khai triển nhị thức $(\sqrt[5]{16} + \sqrt[3]{3})^n$.

Giải:

Ta có:

$$C_{n-3}^{n-4} + C_{n+1}^{n-1} = 73 \Leftrightarrow \frac{(n-3)!}{1(n-4)!} + \frac{(n+1)!}{2!(n-1)!} = 74 \Leftrightarrow n-3 + \frac{(n+1)n}{2} = 74 \Leftrightarrow n = 11$$

Khi đó ta có $(\sqrt[5]{16} + \sqrt[3]{3})^n = \sum_{k=0}^{11} C_{11}^k 2^{\frac{4(11-k)}{5}} 3^{\frac{k}{3}}$;

Để một số hạng là số nguyên thì $\begin{cases} 11-k \vdots 5 \\ k \vdots 3 \end{cases} \Rightarrow k=6$

Vậy số hạng nguyên trong khai triển nhị thức là $C_{11}^6 2^{\frac{4(11-6)}{5}} 3^{\frac{6}{3}} = 66528$.

--- HẾT ---