



TOÁN LỚP 11

ĐỀ CUỐI KÌ SỐ 8

I. Trắc nghiệm

Câu 1:[MAP] Chọn đáp án A.

Ta có: $y = \cos 2x + 4 \sin x + 2 = -2 \sin^2 x + 4 \sin x + 3 = -2(\sin x + 1)^2 + 5 \leq -2(-1 + 1)^2 + 5 = 5$

Câu 2:[MAP] Chọn đáp án D.

$$\sin\left(x + \frac{13\pi}{3}\right) = -1 \Leftrightarrow x + \frac{13\pi}{3} = -\frac{\pi}{2} + k2\pi \Leftrightarrow x = -\frac{29}{6} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}$$

Suy ra nghiệm âm lớn nhất ứng với $k = 4, x = -\frac{5\pi}{6}$

Câu 3:[MAP] Chọn đáp án A.

$$\text{Ta có: } y = \cos x + \sqrt{3} \sin x + 2 = 2 \cos\left(x - \frac{\pi}{3}\right) + 2 \Rightarrow y \in [0; 4]$$

Câu 4:[MAP] Chọn đáp án C.

$$\text{Theo đề bài ta có } C_n^4 - C_n^2 = 35464 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)}{n!} - \frac{n(n-1)}{2} = 35464 \Leftrightarrow n = 32$$

Câu 5:[MAP] Chọn đáp án D.

Câu 6:[MAP] Chọn đáp án A.

Tổng các hệ số khi khai triển là giá trị của đa thức tại $x = 1$

$$\text{Suy ra } (1-3)^{n+1} = -131072 \Leftrightarrow (-2)^{n+1} = -131072 \Leftrightarrow n = 16$$

Câu 7:[MAP] Chọn đáp án B.

Áp dụng quy tắc nhân ta được số cách chọn là $10.7 = 70$.

Câu 8:[MAP] Chọn đáp án D.

Có 2 cách hoán vị hai hàng và mỗi hàng có lần lượt $14!$ và $16!$ cách xếp nên ta có số cách xếp là $2.14!.16!$ cách.

Câu 9:[MAP] Chọn đáp án C.

Số tam giác tạo thành từ n điểm trên là

$$C_n^3 - C_5^3 = 1130 \Leftrightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{6} = 1140 \Leftrightarrow n^3 - 3n^2 + 2n - 6840 = 0 \Leftrightarrow n = 20$$

Câu 10:[MAP] Chọn đáp án A.

Ta có số hạng tổng quát là $C_{11}^k x^{22-3k} . 2^k$

Với x^7 suy ra $22 - 3k = 7 \Leftrightarrow k = 5$ nên hệ số của x^7 là $C_{11}^5 . 2^5$.

Câu 11:[MAP] Chọn đáp án B.

Gọi số tự nhiên lẻ có ba chữ số đôi một khác nhau là $\overline{abc}, a \neq 0, c \in \{1; 3; 5\}$

Có 5 cách chọn a , 4 cách chọn b và 3 cách chọn c

Nên suy ra có tất cả $5.4.3 = 60$ số thỏa mãn.

Câu 12:[MAP] Chọn đáp án C.

Xác suất để một lần gieo ra mặt sấp là $\frac{1}{2}$.

Suy ra xác suất cả 4 lần ra mặt sấp là $\frac{1}{2}^4 = \frac{1}{16}$.

Câu 13:[MAP] Chọn đáp án C.

Ta có các bộ số mà tổng bằng 9 là $\{(3;6), (4;5)\}$

Gieo hai con xúc xắc thì số khả năng xảy ra là $6.6 = 36$.

Để tổng hai số trên hai con xúc xắc bằng 9 thì phải gieo được 1 trong hai bộ số trên, số khả năng là 4 do tính cả hoán vị

Vậy xác suất $p = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$.

Câu 14:[MAP] Chọn đáp án D.

Số hạng tổng quát là $C_{15}^k x^{15-3k}$

Với x^9 thì $15-3k=9 \Leftrightarrow k=2$ suy ra hệ số của x^9 là $C_{15}^2 = 105$

Câu 15:[MAP] Chọn đáp án A.

$$C_{n+2}^3 - A_{n-1}^2 - 78 = 0 \Leftrightarrow \frac{(n+2)(n+1)n}{6} - (n-1)(n-2) - 78 = 0$$

$$\Leftrightarrow (n^3 + 3n^2 + 2n) - 6(n^2 - 3n + 2) - 468 = 0 \Leftrightarrow n^3 - 3n^2 + 20n - 480 = 0 \Leftrightarrow n = 8$$

Câu 16:[MAP] Chọn đáp án C.

Ta có $u_{n+1} - u_n = d = 4(n+1) + 3 - 4n - 3 = 4, u_1 = 7$

Suy ra $S_{10} = \frac{10(2u_1 + 9d)}{2} = 250$.

Câu 17:[MAP] Chọn đáp án D.

Câu 18:[MAP] Chọn đáp án C. Áp dụng tính chất của CSN ta có $b^2 = ac \Rightarrow b^2 = 81 \Rightarrow b = 9$

Câu 19:[MAP] Chọn đáp án A. Theo tính chất của CSC ta có $\begin{cases} 2x = 7 + 1 \\ x + y = 2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 4 \\ y = -2 \end{cases}$

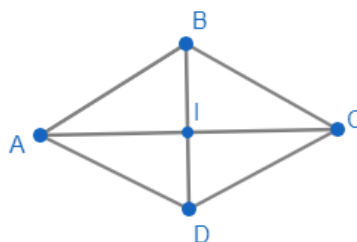
Câu 20:[MAP] Chọn đáp án D.

Câu 21:[MAP] Chọn đáp án C.

Câu 22:[MAP] Chọn đáp án A. $\frac{u_7}{u_3} = \frac{q^6}{q^2} = q^4 = 81 \Rightarrow q = 3$

Câu 23:[MAP] Chọn đáp án B.

Câu 24:[MAP] Chọn đáp án B.

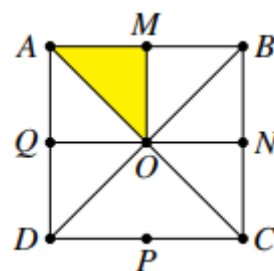


Câu 25:[MAP] Chọn đáp án D.

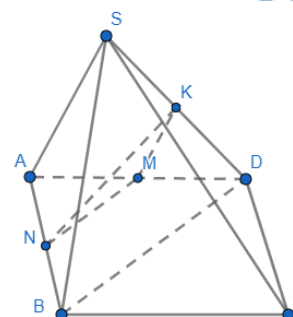
Phép quay góc $\alpha = 180^\circ$ chính là phép đối xứng qua tâm O nên tọa độ A' là $A'(-2; -5)$

Câu 26:[MAP] Chọn đáp án C.

Qua phép tịnh tiến theo vector AO thì $A \rightarrow O; M \rightarrow N; O \rightarrow C$



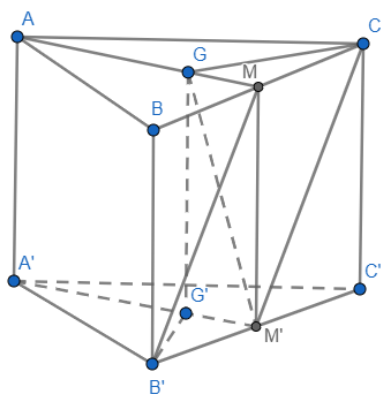
Câu 27:[MAP] Chọn đáp án B.



Câu 28:[MAP] Chọn đáp án D. Ta có $\overrightarrow{IA'} = 2\overrightarrow{IA} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{A'} - 1 = 4 \\ y_{A'} - 2 = -2 \end{cases} \Rightarrow A'(5; 0)$

Câu 29:[MAP] Chọn đáp án A.

Câu 30:[MAP] Chọn đáp án C.



II. Tự luận

Bài 1: Giải phương trình: $2 \sin x + 2 - \cos x (\cot x + \cos x) = 0$

Giải:

Điều kiện $\sin x \neq 0$

Từ phương trình đề bài ta được

$$2 \sin x + 2 - \cos x \left(\frac{\cos x}{\sin x} + \cos x \right) = 0$$

$$\Leftrightarrow 2 \sin^2 x + 2 \sin x - \cos^2 x - \sin x \cos^2 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x + 2 \sin^2 x - \cos^2 x + \sin x (1 - \cos^2 x) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x + 2\sin^2 x - \cos^2 x + \sin^3 x = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x - 1 + 3\sin^2 x + \sin^3 x = 0$$

$$\Leftrightarrow (\sin x + 1)(\sin^2 x + 2\sin x - 1) = 0$$

$$\Leftrightarrow \sin x + 1 = 0 \Leftrightarrow \sin x = -1 \Leftrightarrow x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$$

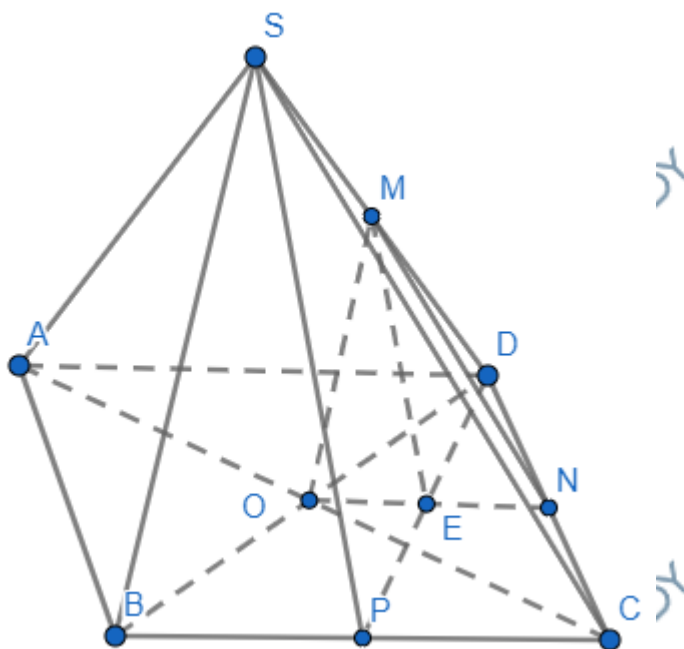
Vậy phương trình có họ nghiệm là $x = -\frac{\pi}{2} + k2\pi, k \in \mathbb{Z}.$

Bài 2: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành tâm O. Gọi M, N, P lần lượt là trung điểm của các cạnh SD, CD, BC.

a) Chứng minh đường thẳng OM song song với các mặt phẳng (SAB), (SBC).

b) Chứng minh đường thẳng SP song song với mặt phẳng (OMN).

Giải:



a) Xét tam giác SBD có M là trung điểm SD và O là trung điểm BD

Suy ra OM là đường trung bình của tam giác SBD và $OM \parallel SB$ hay $OM \parallel (SAB)$

Tương tự ta cũng có $OM \parallel (SBC)$.

b) Kẻ DP cắt ON tại E, ta dễ dàng chứng minh được ON là đường trung bình của tam giác DBC

Từ đó suy ra theo định lý Thales: $\frac{OE}{BP} = \frac{DE}{DP} = \frac{EN}{PC}$

Suy ra E là trung điểm ON, từ đó ta có ME là đường trung bình của tam giác SDP hay $ME \parallel SP$
 Vậy $SP \parallel (MNO)$

Bài 3: Cho khai triển nhị thức $\left(\frac{2}{5} + \frac{1}{2}x\right)^{11} = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_{11}x^{11}$. Tìm hệ số lớn nhất trong các hệ số $a_0, a_1, \dots, a_{11}$.

Giải

Số hạng tổng quát của khai triển là

$$C_{11}^k \left(\frac{2}{5}\right)^{11-k} \left(\frac{1}{2}x\right)^k = C_{11}^k 2^{11-2k} 5^{k-11} \cdot x^k$$

Khi đó $a_k = C_{11}^k 2^{11-2k} 5^{k-11} = \left(\frac{2}{5}\right)^{11} 2^{-2k} 5^k C_{11}^k$

Để a_k lớn nhất thì

$$\begin{aligned} \begin{cases} a_k \geq a_{k-1} \\ a_k \geq a_{k+1} \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} 2^{-2k} 5^k C_{11}^k \geq 2^{-2k+2} 5^{k-1} C_{11}^{k-1} \\ 2^{-2k} 5^k C_{11}^k \geq 2^{-2k-2} 5^{k+1} C_{11}^{k+1} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} 5 \frac{11!}{k!(11-k)!} \geq 2^2 \frac{11!}{(k-1)!(11-k+1)!} \\ 2^2 \frac{11!}{k!(11-k)!} \geq 5 \frac{11!}{(k+1)!(11-k-1)!} \end{cases} \\ &\Leftrightarrow \begin{cases} \frac{5}{k} \geq \frac{4}{11-k+1} \\ \frac{4}{11-k} \geq \frac{5}{k+1} \end{cases} \Leftrightarrow \frac{51}{9} \leq k \leq \frac{60}{9} \end{aligned}$$

Vì $k \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = 6$

Vậy hệ số lớn nhất trong khai triển là $a_6 = C_{11}^6 2^{-1} 5^{-5} = \frac{231}{3125}$

Bài 4: Cho dãy số $(u_n) : u_n = \frac{1}{2} \left[(2+\sqrt{5})^n + (2-\sqrt{5})^n \right]$. Chứng minh rằng u_{2n} là số tự nhiên lẻ và u_{2n+1} là số tự nhiên chẵn.

Giải:

Đặt $a = 2 + \sqrt{5}; b = 2 - \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} a+b=4 \\ a.b=-1 \end{cases}$, khi đó ta có

$$\begin{aligned} u_n &= \frac{1}{2} (a^n + b^n) = \frac{1}{2} \left[(a+b)(a^{n-1} + b^{n-1}) - ab(a^{n-2} + b^{n-2}) \right] \\ &= 4 \cdot \frac{1}{2} (a^{n-1} + b^{n-1}) + \frac{1}{2} (a^{n-2} + b^{n-2}) = 4u_{n-1} + u_{n-2} \end{aligned}$$

Ta đi chứng minh bài toán bằng phương pháp quy nạp với

Ta có $u_1 = 2$ là số tự nhiên chẵn; $u_2 = 9$ là số tự nhiên lẻ

Giả sử u_{2k} là số tự nhiên lẻ và u_{2k-1} là số tự nhiên chẵn

Khi đó $u_{2k+1} = 4u_{2k} + u_{2k-1}$ là số tự nhiên chẵn và $u_{2k+2} = 4u_{2k+1} + u_{2k}$ là số tự nhiên lẻ.

Suy ra ta có đpcm.

--- HẾT ---

